

OBERFLÄCHE UND VOLUMEN VON KÖRPERN*

In dieser Phase des Unterrichts lernst Du, mit dem Volumen und der Oberfläche von Körpern wie Prismen, Pyramiden, Kegeln, Zylindern und Kugeln umzugehen. Die Aufgabenkarten findest Du am Pult, ebenso die Lösungs- und teilweise auch Hilfekarten. Für die Studientage, kannst Du Karten mit nachhause nehmen oder auf meiner Seite www.maspole.de herunterladen. Die Lösungskarten verbleiben bitte immer am Pult, so dass die Aufgaben auch dort kontrolliert werden. Wer seine SOMI-Note verbessern möchte (oder auch einfach so), kann Aufgaben vorrechnen. Zu jedem der Körper (1) bis (4) müssen jeweils **mindestens drei** Aufgaben, zur Kugel mindestens zwei erledigt werden. Mindestens eine davon sollte immer den Schwierigkeitsgrad xxx haben. Die Aufgaben werden zunächst in Einzel- und Partnerarbeit absolviert. Trage in den folgenden Tabellen ein, welche Aufgaben du gelöst hast.

(1) Volumen Prisma	15 Karteikarten
(2) Volumen Zylinder	18 Karteikarten
(3) Volumen Pyramide	10 Karteikarten
(4) Volumen Kegel	10 Karteikarten
(5) Volumen Kugel	5 Karteikarten

Name _____

(1) Volumen Prisma

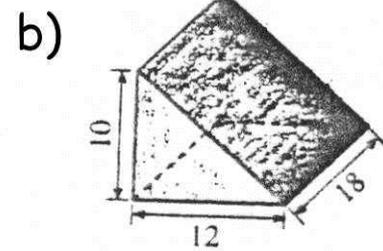
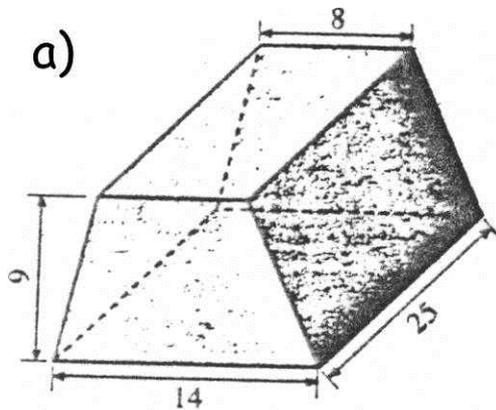
Nr.	Schwierigkeit	Thema	bearbeitet am
1	x	Trapez- und Dreiecksprisma	_____
2	xx	Metallschiene	_____
3	x	Prismen	_____
4	xx	Petras Milchmädchenrechnung	_____
5	xxx	Alteisen	_____
6	x	Planierdraht	_____
7	xxx	Container	_____
8	xxx	Treppe	_____
9	xxx	Säulen	_____
10	xxx	Durchbohrter Würfel	_____
11	xx	Tabelle	_____
12	xxx	Haus	_____
13	xxx	Der Zimmermann	_____
14	xxx	Formeln	_____
15	xx	Formelsalat	_____

* aus einer Examensarbeit von Ulrike Brasseler

Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit x	Mathematisches Thema Volumen Prisma	Nr. 1
---------------------	--------------------	---------------------------	---	-----------------

Trapez- und Dreiecksprisma

Berechne das Volumen (Maße in cm)!



Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit x	Mathematisches Thema Volumen Prisma	Nr. 1
---------------------	----------------------	---------------------------	---	-----------------

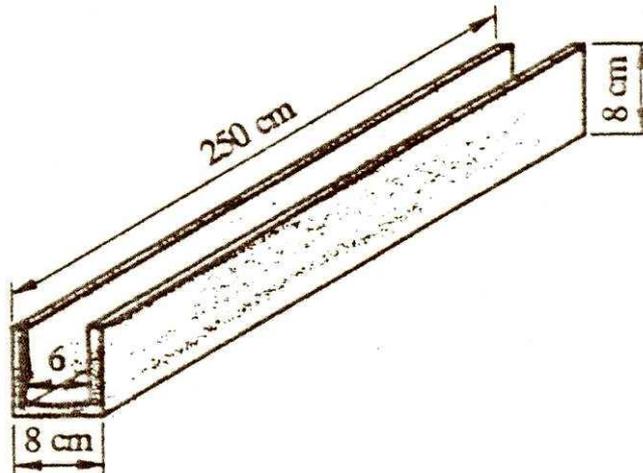
a) $G = 99 \text{ cm}^2$
 $V = 2475 \text{ cm}^3$

b) $G = 60 \text{ cm}^2$
 $V = 1080 \text{ cm}^3$

Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Prisma	Nr. 2
---------------------	--------------------	----------------------------	---	-----------------

Metallschiene

- a) Berechne den Rauminhalt der Metallschiene.
- b) Die Dichte des Metalls beträgt $7,8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. Berechne das Gewicht.



Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Prisma	Nr. 2
---------------------	----------------------	----------------------------	---	-----------------

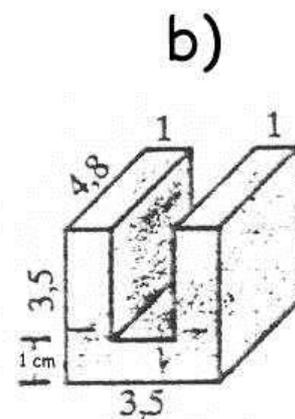
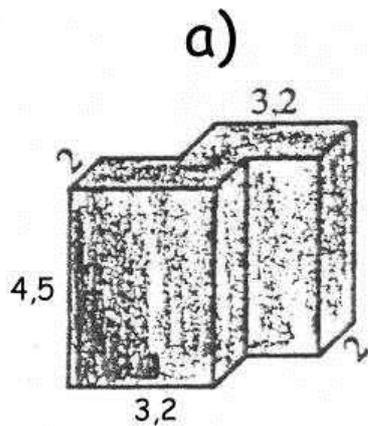
a) $V : 5500 \text{ cm}^3$

b) Gewicht: $42\,900 \text{ g} = 42,9 \text{ kg}$

Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit x	Mathematisches Thema Volumen Prisma	Nr. 3
---------------------	--------------------	---------------------------	---	-----------------

Prismen

Berechne das Volumen der abgebildeten Körper (Maße in cm)!



Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit x	Mathematisches Thema Volumen Prisma	Nr. 3
---------------------	----------------------	---------------------------	---	-----------------

a) $V = 57,6 \text{ cm}^3$

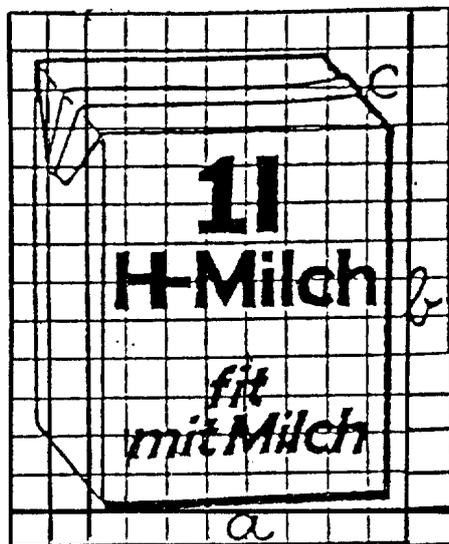
b) $V = 40,8 \text{ cm}^3$

Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xx	Mathematisches Schema Volumen Prisma	Nr. 4
---------------------	--------------------	----------------------------	--	-----------------

Petras Milchmädchenrechnung

Petra aus Sankt Augustin wollte ihre Mathematik-Künste praktisch ausprobieren. Sie nahm ein Lineal und eine Milchpackung zur Hand und begann zu schreiben:

a = 9,6 cm
b = 16,6 cm
c = 6,2 cm



1. Rechne nach: Ergibt sich ein Liter Milch?
2. Petra öffnete die Packung und staunte noch mehr. Die Milchpackung war noch nicht einmal bis oben gefüllt, die Milch stand einen Zentimeter unter dem Rand... Ihre Familie braucht jede Woche zehn Packungen Milch.
3. Erste Fehlerquelle: Petra hat z. B. immer 1 mm zu wenig gemessen. Was käme dann bei den Außenabmessungen heraus?
4. Überlege weitere Fehler.

aus: Stiftung Warentest 4/81

Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xx	Mathematisches Schema Volumen	Nr. 4
---------------------	----------------------	----------------------------	---	-----------------

1. $V = a \cdot b \cdot c$
 $V = 9,6 \text{ cm} \cdot 16,6 \text{ cm} \cdot 6,2 \text{ cm}$
 $= 988,032 \text{ cm}^3$
 $\approx 0,988 \text{ l}$

2: $V = 9,6 \text{ cm} \cdot 15,6 \text{ cm} \cdot 6,2 \text{ cm}$
 $\approx 928,5 \text{ cm}^3$
 Wenn in all diesen Packungen so wenig drin ist, wundert sich Petra, geht uns fast ein Dreiviertelliter verloren (715 cm^3).

3. $V = 9,7 \text{ cm} \cdot 16,7 \text{ cm} \cdot 6,3 \text{ cm}$
 $= 1020,537 \text{ cm}^3$
 $\approx 1,02 \text{ l}$



4. Ist das erlaubt? wollte Petra von der *STIFTUNG WARENTEST* wissen.

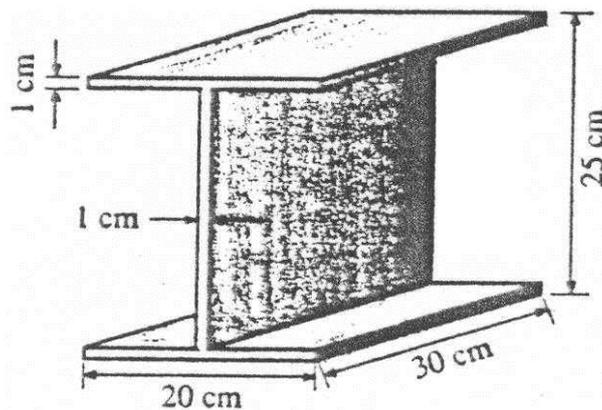
Petra hatte bei ihrer Rechnung einen kleinen Denkfehler gemacht. Sie hatte übersehen, dass Milch nicht in einem starren, sondern in einem dehnbaren Behälter verkauft wird. Man kann den Inhalt nicht allein nach den Außenmaßen berechnen, denn die elastische Packung verändert sich ganz leicht. Nur ein Millimeter mehr für die Linie c würde bedeuten, dass mehr als ein Liter Milch in der Packung sein kann. Die Milch wird außerdem nicht in der Packung abgemessen, sondern schon vor dem Einfüllen in der Milch-Abfüll-Maschine.

In der Fertigpackungsverordnung ist ganz genau festgehalten, wie genau fertig verpackte Waren gemessen und gewogen sein müssen. Eine Meierei zum Beispiel muss für 50 Einliter-Packungen Milch wirklich 50 Liter abfüllen, ganz gleich, ob in einer Packung zehn Millimeter mehr oder weniger drin sind. So hat der Kunde einmal etwas weniger und ein anderes Mal etwas mehr, und der Verlust gleicht sich wieder aus.

Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Prisma	Nr. 5
---------------------	--------------------	-----------------------------	---	-----------------

Alteisen

Beim Abriss eines alten Schuppens sind mehrere T-Träger aus Eisen übrig geblieben. Jan, Willi und Hannelore überlegen, was man beim Schrotthandel dafür bekommen wird. Den Preis für 1 kg Alteisen berechnen sie mit 0,10 €. Die Dichte von Eisen beträgt 7,8 kg pro dm³.



Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Prisma	Nr. 5
---------------------	----------------------	-----------------------------	---	-----------------

$$G = 63 \text{ cm}^2$$

$$V = 1,89 \text{ dm}^3$$

Dichte: 14,74 kg

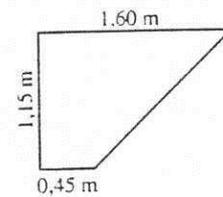
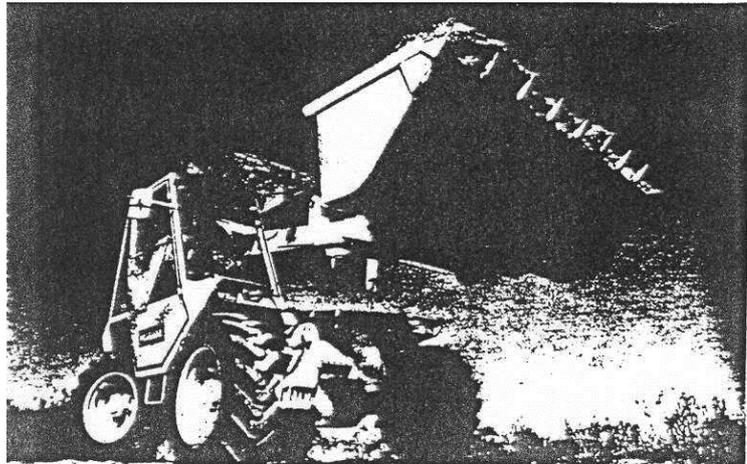
Preis: 1,47 €

Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit x	Mathematisches Thema Volumen Prisma	Nr. 6
---------------------	--------------------	---------------------------	---	-----------------

Planierraupe

Die Schaufel einer Planierraupe hat nebenstehende Seitenlänge und ist 3,20 m breit.

Wie viel m³ Erde kann die Schaufel laden, wenn sie gestrichen voll ist.



Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit x	Mathematisches Thema Volumen Prisma	Nr. 6
---------------------	----------------------	---------------------------	---	-----------------

$$G = 1,18 \text{ m}^2$$

$$V = 3,77 \text{ m}^3$$

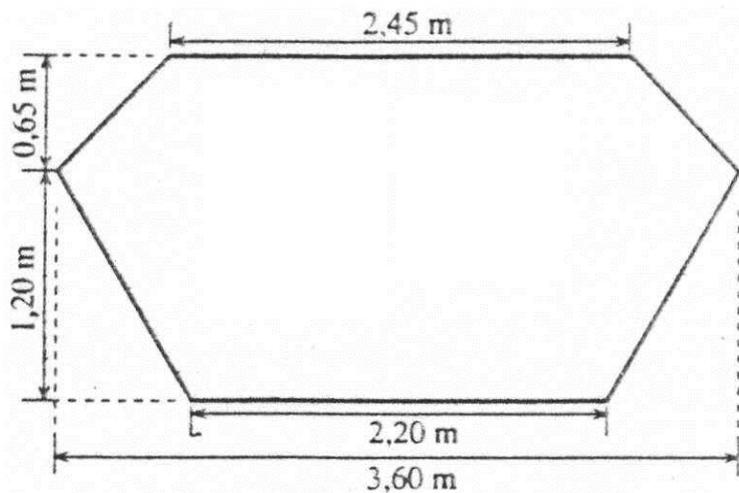
Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Prisma	Nr. 7
---------------------	--------------------	-----------------------------	---	-----------------

Container

Zur Beseitigung von Bauschutt werden Container benutzt. Von der Seite sieht man diese Fläche:

Der Container ist 1,60 m breit.

- Wie viel Kubikmeter Bauschutt fasst der Container, wenn der ganz gefüllt ist?
- Um wie viel m^3 verringert sich das Fassungsvermögen, wenn der nur bis zur Höhe von 1,20 m gefüllt wird?



Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Prisma	Nr. 7
---------------------	----------------------	-----------------------------	---	-----------------

a) $G = 3,48 \text{ m}^2 + 1,97 \text{ m}^2$
 $= 5,45 \text{ m}^2$
 $V = 8,72 \text{ m}^3$

b) Verringerung um $3,152 \text{ m}^3$

Klasse 10	Art HINWEIS	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Prisma	Nr. 7
---------------------	-----------------------	-----------------------------	---	-----------------

HINWEISKARTE



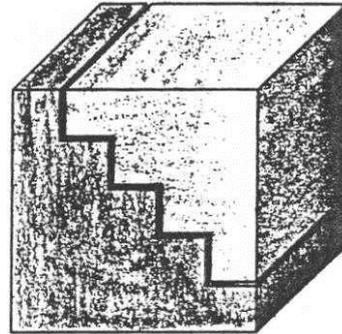
Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Prisma	Nr. 8
---------------------	--------------------	-----------------------------	---	-----------------

Treppe

Ein Würfel mit der Kantenlänge 5 cm wird in 2 treppenförmige Prismen zersägt.

Berechne:

- das Volumen,
- die Oberfläche der Prismen!



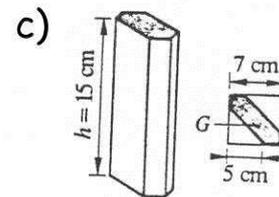
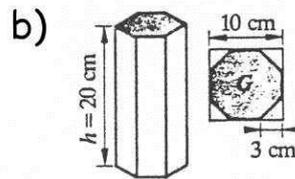
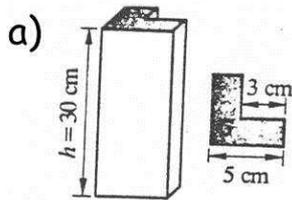
Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Prisma	Nr. 8
---------------------	----------------------	-----------------------------	---	-----------------

- $G_1 = 15 \text{ cm}^2$
 $G_2 = 10 \text{ cm}^2$
 $V_1 = 75 \text{ cm}^3$
 $V_2 = 50 \text{ cm}^3$
- $O_1 = 130 \text{ cm}^2$
 $O_2 = 100 \text{ cm}^2$

Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Prisma	Nr. 9
---------------------	--------------------	-----------------------------	---	-----------------

Säulen

Berechne den Rauminhalt der Säulen.



Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Prisma	Nr. 9
---------------------	----------------------	-----------------------------	---	-----------------

a) $G = 5^2 - 3^2 = 16$
 $V = 16 \text{ cm}^2 \cdot 30 \text{ cm} = 480 \text{ cm}^3$

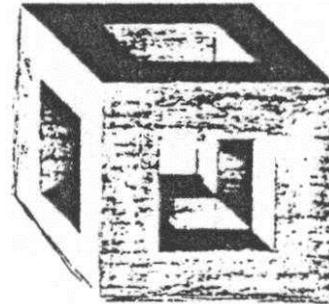
b) $G \approx 10^2 - 2 \cdot 3 \cdot 3 = 82$
 $V = 1640 \text{ cm}^3$

c) $G = 7^2 - 5^2 = 24$
 $V = 360 \text{ cm}^3$

Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Prisma	Nr. 10
---------------------	--------------------	-----------------------------	---	------------------

Durchbohrter Würfel

Durch einen Holzwürfel mit der Kantenlänge 6 cm werden von allen Seiten quadratische Löcher mit der Seitenlänge 3 cm herausgefräst.



- Zeichne ein Schrägbild des bearbeiteten Würfels.
- Berechne die Oberflächen des ursprünglichen Würfels und des durchlöcherten Würfels.
- Vergleiche das Volumen der beiden Körper.

Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Prisma	Nr. 10
---------------------	----------------------	-----------------------------	---	------------------

$$O_1 = 6 \cdot 6^2 \text{ cm}^2 = 216 \text{ cm}^2$$

$$O_2 = 162 \text{ cm}^2 + 108 \text{ cm}^2 = 270 \text{ cm}^2$$

$$V_1 = 216 \text{ cm}^3$$

$$v_2 = 108 \text{ cm}^3$$

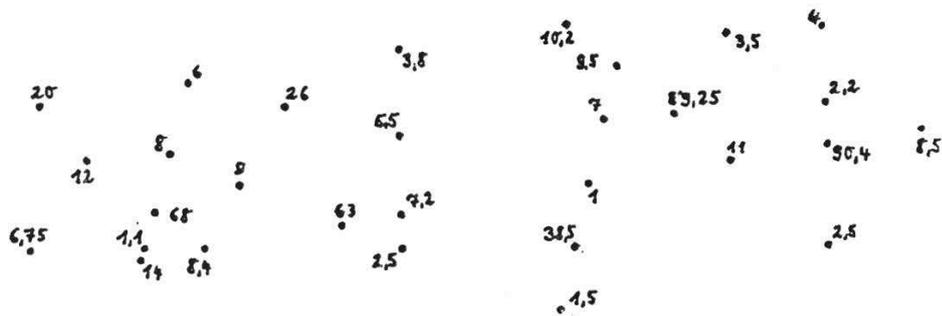
Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Prisma	Nr. 11
---------------------	--------------------	----------------------------	---	------------------

Tabelle

Volumen eines Prismas mit dreieckiger Grundfläche

$g =$		3,5 cm	2 cm	10,5 cm
$h =$	3 cm		4 cm	2 cm
$H =$	6 cm	10 cm		8,5 cm
$V =$	63 cm^3	$96,25 \text{ cm}^3$	32 cm^3	

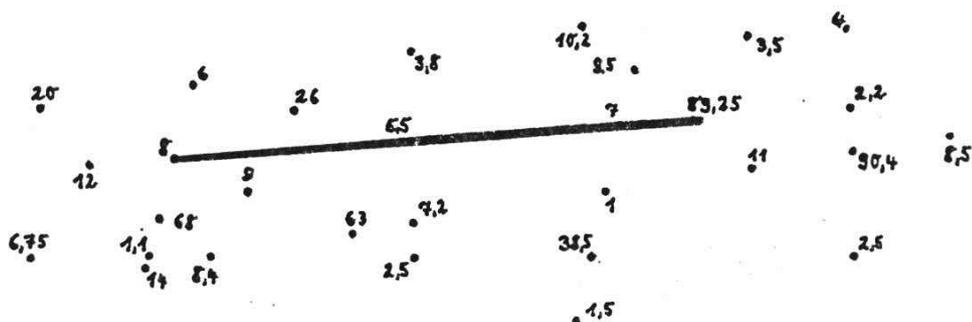
Kontrolle: Alle vier Ergebnisse befinden sich auf einer Geraden.



Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Prisma	Nr. 11
---------------------	----------------------	----------------------------	---	------------------

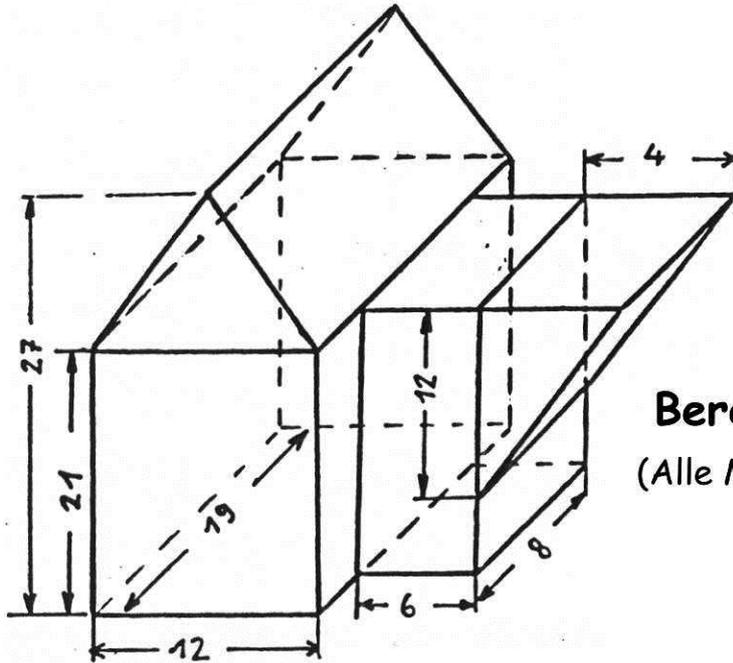
$g =$	7	3,5 cm	2 cm	10,5 cm
$h =$	3 cm	5,5	4 cm	2 cm
$H =$	6 cm	10 cm	8	8,5 cm
$V =$	63 cm^3	$96,25 \text{ cm}^3$	32 cm^3	89,25

Kontrolle: Alle vier Ergebnisse befinden sich auf einer Geraden.



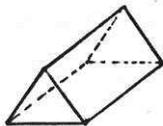
Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Prisma	Nr. 12
---------------------	--------------------	----------------------------	---	------------------

Haus

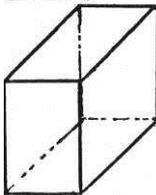


Berechne das Volumen
(Alle Maße sind in m angegeben.)

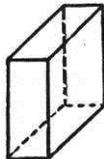
Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Prisma	Nr. 12
---------------------	----------------------	----------------------------	---	------------------



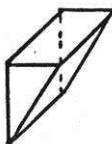
$$V_1 = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 6 \cdot 19 \text{ m}^3 = \underline{\underline{684 \text{ m}^3}}$$



$$V_2 = 12 \cdot 19 \cdot 21 \text{ m}^3 = \underline{\underline{4788 \text{ m}^3}}$$



$$V_3 = 6 \cdot 8 \cdot 21 \text{ m}^3 = \underline{\underline{1008 \text{ m}^3}}$$



$$V_4 = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 4 \cdot 8 \text{ m}^3 = \underline{\underline{192 \text{ m}^3}}$$

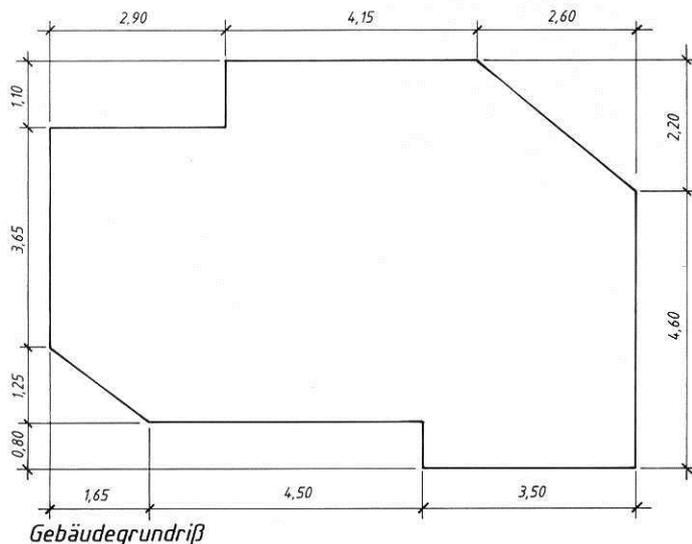
$$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = \underline{\underline{6672 \text{ m}^3}}$$

Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Prisma	Nr. 13
---------------------	--------------------	-----------------------------	---	------------------

Der Zimmermann

a) 1. Ausbildungsjahr

Zehn Ecken hat der dargestellte Gebäudegrundriß. Mit zwölf verschiedenen Grundmaßen ist der Gebäudegrundriß festgelegt. Nach diesen Grundmaßen soll der Flächeninhalt errechnet werden.



Der Zimmer- mann

Fachblatt für die
Berufsbildung
im Zimmerhandwerk

59. Jahrgang
Nr. 9 / September 1992

b) berechne das Volumen. Das Haus ist 8 m hoch.

Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Prisma	Nr. 13
---------------------	----------------------	-----------------------------	---	------------------

a)

1. Berechne die Fläche des "Außen"-Rechtecks.

$$\begin{aligned}
 A &= a \cdot b \\
 &= (2,90 + 4,15 + 2,60) \cdot (2,20 + 4,60) \text{ m}^2 \\
 &= 9,65 \cdot 6,8 \text{ m}^2 \\
 &= 65,62 \text{ m}^2
 \end{aligned}$$

2. Ziehe die Flächen 1 bis 4 ab.

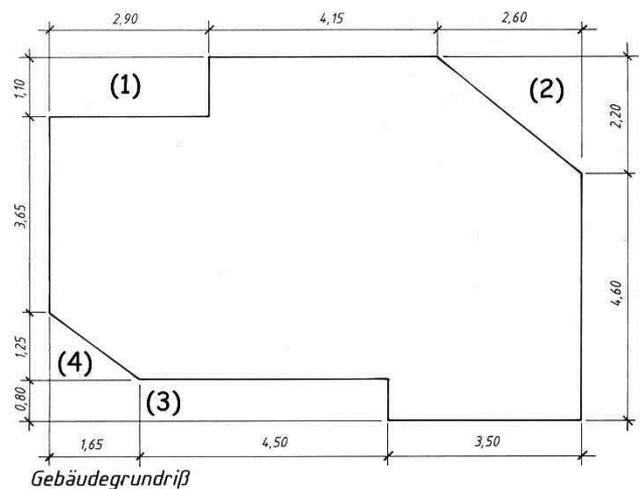
$$\begin{aligned}
 \text{Fläche 1: } A &= a \cdot b = 2,90 \cdot 1,10 \text{ m}^2 \\
 &= 3,19 \text{ m}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Fläche 2: } A &= \frac{g \cdot h}{2} = \frac{2,60 \cdot 2,20}{2} \text{ m}^2 \\
 &= 2,86 \text{ m}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Fläche 3: } A &= a \cdot b = (4,50 + 1,65) \cdot 0,80 \text{ m}^2 \\
 &= 4,92 \text{ m}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Fläche 4: } A &= \frac{g \cdot h}{2} = \frac{1,65 \cdot 1,25}{2} \text{ m}^2 = 1,03125 \text{ m}^2
 \end{aligned}$$

$$A_{\text{ges}} = 65,62 \text{ m}^2 - (3,19 \text{ m}^2 + 2,86 \text{ m}^2 + 4,92 \text{ m}^2 + 1,03125 \text{ m}^2) = 53,61875 \text{ m}^2 \approx 53,62 \text{ m}^2$$



b) $V = G \cdot h = 53,62 \cdot 8 \text{ m} = 428,96 \text{ m}^3$

Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Prisma	Nr. 14
---------------------	--------------------	-----------------------------	---	------------------

Formeln

$$V = a^3$$

$$A_{\Delta} = c \cdot h_c : 2$$

$$O = (a + b + c) \cdot h + G$$

$$M = u \cdot h$$

$$V = 2\pi r \cdot h$$

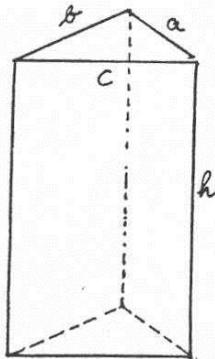
$$V = G \cdot h$$

$$O = M + \frac{c \cdot h_c}{2}$$

$$V = \frac{1}{3} G \cdot h$$

$$A_{\square} = b \cdot h$$

$$O = 2G + M$$



h_c = Höhe der Grundfläche zur Seite c

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$M = (a + b + c) \cdot h$$

$$A_{\square} = c \cdot h$$

$$O = (a + b + c) \cdot h + \frac{c \cdot h_c}{2} \cdot 2$$

$$M = a \cdot h + b \cdot h + c \cdot h$$

$$O = 2G + u \cdot h$$

$$A_{\square} = a \cdot h$$

$$V = \left(\frac{c \cdot h_c}{2} \right) \cdot h$$

$$O = M + c \cdot h_c$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h$$

Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Prisma	Nr. 14
---------------------	----------------------	-----------------------------	---	------------------

$$A_{\Delta} = c \cdot h_c : 2$$

$$A_{\square} = b \cdot h$$

$$A_{\square} = a \cdot h$$

$$A_{\square} = c \cdot h$$

$$M = u \cdot h = ah + bh + ch = (a + b + c)h$$

$$O = 2G + M$$

$$O = 2G + u \cdot h$$

$$O = M + c \cdot h_c$$

$$O = (a + b + c) \cdot h + 2 \cdot \frac{c \cdot h_c}{2}$$

$$V = G \cdot h = \frac{c \cdot h_c}{2} \cdot h$$

Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Prisma	Nr. 15
---------------------	--------------------	----------------------------	---	------------------

Formel-Salat

Ordne Namen, Formeln und Abbildungen einander zu. Schreibe sie geordnet ins Heft.

Würfel		$V = \frac{1}{3} r^2 \cdot \pi \cdot h$	$O = 2G + M$
Pyramide		$V = G \cdot h$	$O = 2G + M$
Quader		$V = a^3$	$O = G + 4 \cdot \frac{g \cdot h}{2}$
Prisma		$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$	$O = 6a^2$
Zylinder		$V = \frac{1}{3} G \cdot h$	$O = (ab + ac + bc) \cdot 2$
Kegel		$V = a \cdot b \cdot c$	

Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Prisma	Nr. 15
---------------------	----------------------	----------------------------	---	------------------

Würfel		$V = a^3$	$O = 6a^2$
Quader		$V = a \cdot b \cdot c$	$O = (ab + ac + bc) \cdot 2$
Zylinder		$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$	$O = 2G + M$
Prisma		$V = G \cdot h$	$O = 2G + M$
Kegel		$V = \frac{1}{3} r^2 \cdot \pi \cdot h$	—
Pyramide		$V = \frac{1}{3} G \cdot h$	$O = G + 4 \cdot \frac{g \cdot h}{2}$

(2) Volumen Zylinder

Nr.	Schwierigkeit	Thema	bearbeitet am
1	xxx	Ring	
2	xx	Konserven	
3	xxx	Formeln	
4	xx	Messzylinder	
5	xxx	Gold-Draht	
6	xx	Volumengleiche Zylinder	
7	xx	Zylinder-Tabelle	
8	xx	Hubraum	
9	xxx	1-Liter-Verpackung	
10	xx	Werkstücke	
11	xx	Autos	
12	xxx	Tunnel	
13	xx	Stein	
14	xx	Verpackungen	
15	xx	Getränkedosen	
16	xx	Dosen	
17	xxx	Würstchen	
18	xx	Drehkörper	

Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Zylinder	Nr. 1
---------------------	--------------------	-----------------------------	---	-----------------

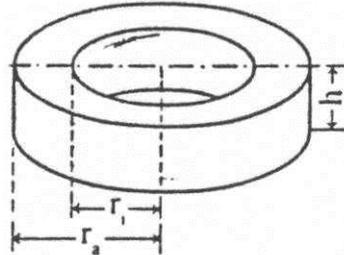
Ring

Berechne das Volumen und die Größe der Oberfläche des Rings.

$$r_a = 27 \text{ cm}$$

$$r_i = 16 \text{ cm}$$

$$h = 12 \text{ cm}$$



Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Zylinder	Nr. 1
---------------------	----------------------	-----------------------------	---	-----------------

$$G_a - G_i = 2290,22 \text{ cm}^2 - 804,25 \text{ cm}^2 = 1485,98 \text{ cm}^2$$

$$V = G \cdot h = 17831,76 \text{ cm}^3$$

$$O = 2 \cdot G + h \cdot V_a + h \cdot V_i$$

$$O \approx 2971,96 \text{ cm}^2 + 2035,75 \text{ cm}^2 + 1206,37 \text{ cm}^2 = 6214,08 \text{ cm}^2$$

Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Zylinder	Nr. 2
---------------------	--------------------	----------------------------	---	-----------------

Konserven

Auf Konservendosen für Nahrungsmittel ist stets eine genormte Dosengröße angegeben.

	d	h	V
a)	9,7 cm	11,5 cm	850 ml
b)	8,2 cm	10,9 cm	580 ml
c)	8,2 cm	7,9 cm	425 ml
d)	7,2 cm	10,4 cm	425 ml
e)	7,2 cm	7,7 cm	314 ml
f)	6,4 cm	6,4 cm	212 ml

Überprüfe die Volumenangaben durch Rechnung.
Was stellst du fest?

Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Zylinder	Nr. 2
---------------------	----------------------	----------------------------	---	-----------------

- a) 849,82 ml
- b) 575,63 ml
- c) 417,2 ml
- d) 423,44 ml
- e) 313,50 ml
- f) 205,89 ml

Alle Volumenangaben sind aufgerundet worden.

Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Zylinder	Nr. 3
---------------------	--------------------	-----------------------------	---	-----------------

Formeln

Welche Formeln kannst du bei der Berechnung dieses Zylinders benutzen?

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$M = h \cdot u$$

$$O = G + M$$

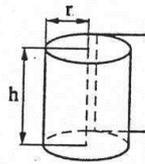
$$A_o = \pi \cdot r^2$$

$$G = \frac{r \cdot h}{2}$$

$$u = \pi \cdot r^2$$

$$M = G \cdot h$$

$$V = M \cdot h$$



$$u = 2\pi r$$

$$V = M \cdot r$$

$$O = 2G + M$$

$$M = 2\pi r \cdot h$$

$$G = \pi \cdot r^2$$

$$V = G \cdot h$$

$$u = \pi \cdot d$$

$$M = d \cdot \pi \cdot h$$

$$G = r^2$$

Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Zylinder	Nr. 3
---------------------	----------------------	-----------------------------	---	-----------------

$$G = \pi \cdot r^2$$

$$A_o = \pi \cdot r^2$$

$$U = \pi \cdot r \cdot 2$$

$$U = \pi \cdot d$$

$$M = u \cdot h$$

$$M = \pi \cdot r \cdot 2 \cdot h$$

$$M = \pi \cdot d \cdot h$$

$$V = G \cdot h$$

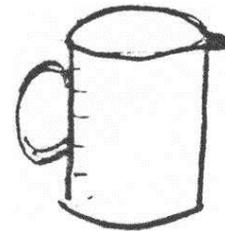
$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Zylinder	Nr. 4
---------------------	--------------------	----------------------------	---	-----------------

Messzylinder

An einem Messzylinder mit dem genormten Innendurchmesser von 86 mm sollen Messstriche angebracht werden.

- Berechne, in welchem Abstand sich die Markierungen für jeweils 50 cm³ befinden müssen.
- In welcher Höhe liegt die Messstrich für 1 Liter?



Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Zylinder	Nr. 4
---------------------	----------------------	----------------------------	---	-----------------

- a) gegeben: $r = 43 \text{ mm} = 4,3 \text{ cm}$
 $V = 50 \text{ cm}^3$
 gesucht: h

$$G = 58,08 \text{ cm}^2$$

$$h = \frac{V}{G} = 0,86 \text{ cm}$$

Die Messstriche befinden sich in einem Abstand von 0,86 cm.

- b) gegeben: $r = 4,3 \text{ cm}$
 $V = 1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$
 gesucht: h
 $h = 17,2 \text{ cm}$

Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Zylinder	Nr. 5
<p><u>Gold-Draht</u></p> <p>Bei der Herstellung von integrierten Schaltkreisen werden extrem dünne Drähte aus Gold verwendet. Der bisher dünnste Draht hat einen Durchmesser von 0,01 mm.</p> <p>a) Berechne das Volumen des Drahtes bei einer Länge von 1000 km. b) Berechne die Masse von 1000 km Draht (19,1 g/cm³). c) Wie viel m Draht kann man aus 1 cm³ Gold herstellen?</p> <p style="text-align: center;">Achtung: Maßeinheiten !!!</p>				

Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Zylinder	Nr. 5
---------------------	----------------------	-----------------------------	---	-----------------

a) $d = 0,01 \text{ mm}$
 $r = 0,005 \text{ mm}$
 $h = 1000 \text{ km} = 1\,000\,000\,000 \text{ mm}$
 $V = \pi \cdot 25\,000 \text{ mm}^3 = 78\,539,82 \text{ mm}^3 = 78,53982 \text{ cm}^3$

b) $\text{Masse} = V \cdot 19,1 \text{ g/cm}^3$
 $= 78,53982 \text{ cm}^3 \cdot 19,1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$
 $= 1500,1 \text{ g}$

c) $V = 1 \text{ cm}^3$
 $r = 0,005 \text{ mm}$
 gesucht: h

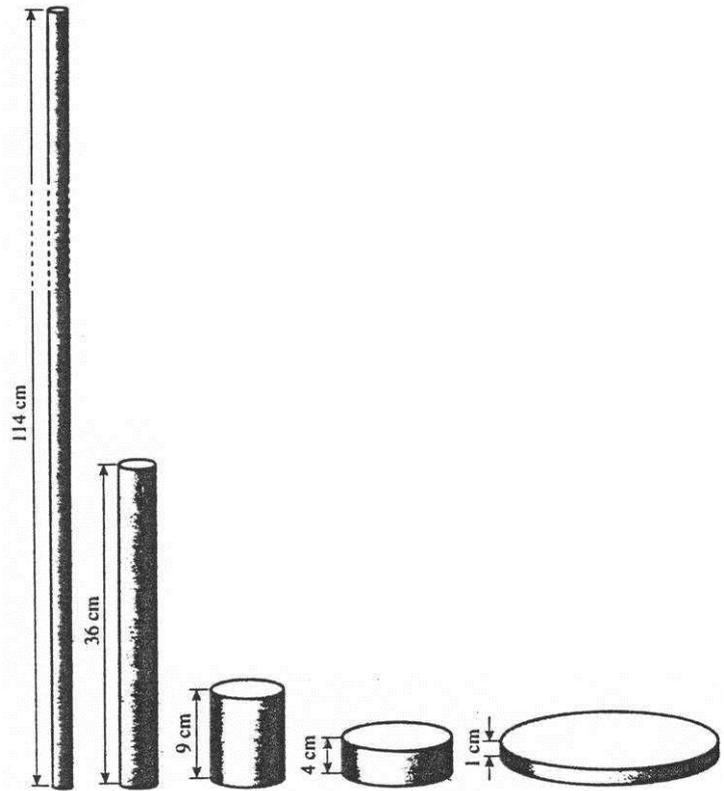
$G = 0,0000785 \text{ mm}^2$
 $h = \frac{V}{G} = \frac{1000 \text{ mm}^3}{0,0000785 \text{ mm}^2} = 12\,732\,396 \text{ mm} = 12\,732,396 \text{ m}$

Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Zylinder	Nr. 6
---------------------	--------------------	----------------------------	---	-----------------

Volumengleiche Zylinder

Jeder der abgebildeten Zylinder hat ein Volumen von $144 \cdot \pi \text{ cm}^3$.

Berechne jeweils den Zylinderradius.



Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Zylinder	Nr. 6
---------------------	----------------------	----------------------------	---	-----------------

- a) $r = 1,12 \text{ cm}$
- b) $r = 2 \text{ cm}$
- c) $r = 4 \text{ cm}$
- d) $r = 6 \text{ cm}$
- e) $r = 12 \text{ cm}$

Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Zylinder	Nr. 7
---------------------	--------------------	----------------------------	---	-----------------

Zylinder-Tabelle

Berechne die fehlenden Angaben des Zylinders.

(Angaben in cm, cm², cm³)

	r	h	M	O	V
a)	4,6	11,7	□	□	□
b)	13,5	□	605,0	□	□
c)	9,8	□	□	□	936,5
d)	□	10,1	□	□	769,0
e)	□	49,0	□	□	2345,0
f)	□	□	350,0	□	560,0

Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Zylinder	Nr. 7
---------------------	----------------------	----------------------------	---	-----------------

a) u = 28,9 cm
M = 338,16 cm²
G = 66,48 cm²
O = 471,11 cm
V = 777,82 cm³

b) u = 84,82 cm
G = 572,56 cm²
h = 7,13 cm
O = 1750,12 cm²
V = 4082,35 cm³

c) G = 301,72 cm
u = 61,58 cm
 $h = \frac{V}{G} = 310 \text{ cm}$
M = 191,14 cm²
O = 794,58 cm²

d) G = 76,14 cm²
 $r^2 = \frac{G}{\pi} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{G}{\pi}} = 4,92 \text{ cm}$
u = 30,93 cm
M = 312,40 cm²
O = 464,69 cm³

e) G = 47,86 cm²
 $r^2 = \frac{G}{\pi} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{G}{\pi}} = 3,9 \text{ cm}$
u = 24,52 cm
M = 1200,72 cm²
O = 1296,44 cm³

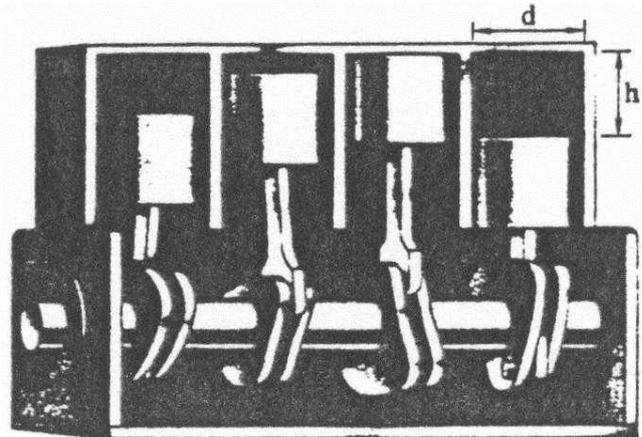
f) Tipp:
 $\frac{V}{M} = \frac{\pi \cdot r \cdot r \cdot h}{\pi \cdot r \cdot 2 \cdot h} = \frac{r}{2}$
r = 3,20 cm
G = 32,17 cm²
h = 17,40 cm
O = 414,35 cm³

Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Zylinder	Nr. 8
---------------------	--------------------	----------------------------	---	-----------------

Hubraum

Bei Verbrennungsmotoren bewegen sich Kolben in zylinderförmigen Verbrennungskammer auf und ab und geben ihre Bewegung an die Kurbelwelle weiter.

Berechne den Hubraum eines vierzylindrigen Pkw-Motors genau, wenn sein Kolbendurchmesser $d = 80 \text{ mm}$ und der Kolbenhub $h = 88 \text{ mm}$ betragen



Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Zylinder	Nr. 8
---------------------	----------------------	----------------------------	---	-----------------

$$r = 40 \text{ mm}$$

$$h = 88 \text{ mm}$$

$$G = 5026,55 \text{ mm}^2$$

$$V = 442\,336,26 \text{ mm}^3 \approx 442,34 \text{ cm}^3$$

$$4 \cdot V = 1769,36 \text{ cm}^3$$

Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Zylinder	Nr. 9
---------------------	--------------------	-----------------------------	---	-----------------

1-Liter-Verpackung

Ein neues Getränk soll in 1-Liter-Verpackungen auf den Markt gebracht werden.

- Bestimme die Abmessungen von 3 verschiedenen Verpackungsmöglichkeiten.
- Nenne Vor- und Nachteile der gewählten Verpackungsformen!
- Vergleiche den Materialverbrauch!

Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Zylinder	Nr. 9
---------------------	----------------------	-----------------------------	---	-----------------

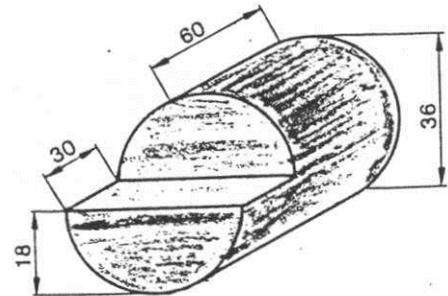
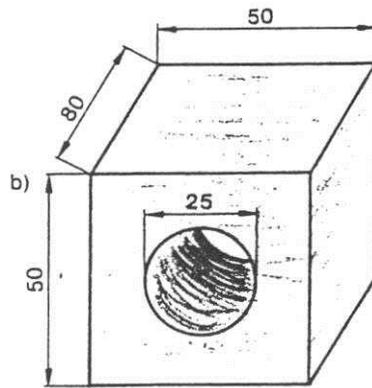
Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Zylinder	Nr. 10
---------------------	--------------------	----------------------------	---	------------------

Werkstücke

Berechne den Rauminhalt der Werkstücke.

Maße in mm

Die Werkstücke werden aus Eisen hergestellt.
Berechne ihr Gewicht.
(Eisen: $7,7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)



Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Zylinder	Nr. 10
---------------------	----------------------	----------------------------	---	------------------

a) 160,730 mm³, Gewicht: 1253,85 g

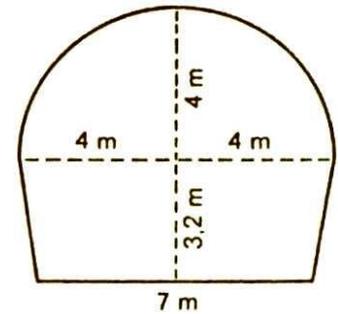
b) 76 340,7 mm³, Gewicht: 595,45 g

Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Zylinder	Nr. 12
---------------------	--------------------	-----------------------------	---	------------------

Tunnel

Ein 120 m langer Tunnel soll gebaut werden.

- Wie viel m^3 Gestein müssen beim Bau des Tunnels ausgebohrt werden?
- Ein Lastwagen kann durchschnittlich 5 m^3 Gestein laden. Wie viele Lastwagen füllt das ausgebohrte Gestein?
- Berechne die im Tunnel zu leerende Fläche.
(→ Boden !!!)



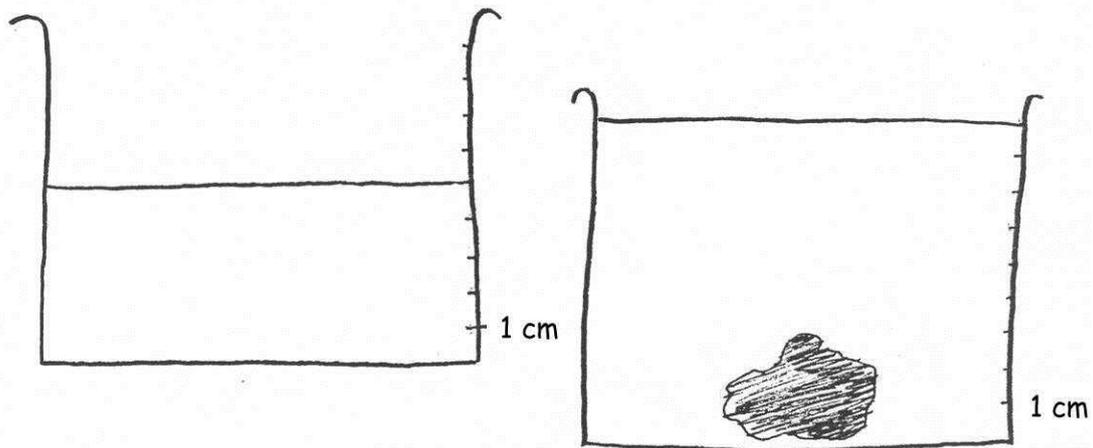
Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Zylinder	Nr. 12
---------------------	----------------------	-----------------------------	---	------------------

- $G = 49,13 \text{ m}^2$
 $V \approx 5896 \text{ m}^3$
- 1180 Lastwagen
- $A = 840 \text{ m}^2$

Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Zylinder	Nr. 13
---------------------	--------------------	----------------------------	---	------------------

Stein

Um das Volumen eines Steines zu bestimmen, legt man ihn in ein zylinderförmiges Messglas mit einem Durchmesser von 12 cm.
Wie groß ist das Volumen des Steines?



Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Zylinder	Nr. 13
---------------------	----------------------	----------------------------	---	------------------

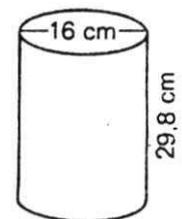
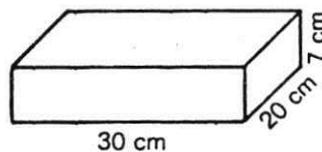
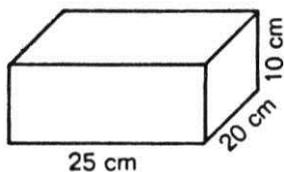
$$V = 452,39 \text{ cm}^3$$

Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Zylinder	Nr. 14
---------------------	--------------------	----------------------------	---	------------------

Verpackungen

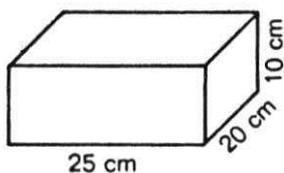
Die Abbildungen zeigen eine zylinder- und zwei quaderförmige Verpackungen.

- Wie viel Material wird jeweils für die Herstellung der Verpackung benötigt?
- Wie unterscheidet sich das Fassungsvermögen dieser drei Verpackungen?
- Welche Verpackung bietet bei geringstem Materialbedarf das größte Fassungsvermögen?

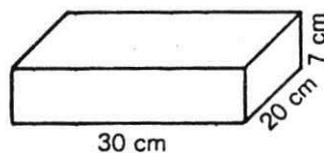


Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Zylinder	Nr. 14
---------------------	----------------------	----------------------------	---	------------------

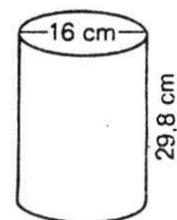
a, b)



1900 cm²
5000 cm³



1900 cm²
4200 cm³



1900 cm²
5989 cm³

c) Der Zylinder

Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Zylinder	Nr. 15
---------------------	--------------------	----------------------------	---	------------------

Getränkedosen

Limonaden und Biere werden in zylindrischen 0,33 l- und 0,5 l-Dosen verkauft. Beide Dosenformen haben einen Durchmesser von 6,4 cm.

Wie hoch ist jede Dose?



Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Zylinder	Nr. 15
---------------------	----------------------	----------------------------	---	------------------

$$h_1 = 10,26 \text{ cm}$$

$$h_2 = 15,54 \text{ cm}$$

Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Zylinder	Nr. 16
---------------------	--------------------	----------------------------	---	------------------

Dosen

In Flugzeugen werden Limonaden auch in kleineren 150 ml-Dosen angeboten.

Diese Dosen sind 7,6 cm hoch.

Wie groß ist der Durchmesser der Dose?

Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Zylinder	Nr. 16
---------------------	----------------------	----------------------------	---	------------------

$$d \approx 5 \text{ cm}$$

Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Zylinder	Nr. 17
---------------------	--------------------	-----------------------------	---	------------------

Würstchen

Eine Würstchendose soll ein Volumen von 900 cm^3 fassen und wegen der Würstchenlänge 18 cm hoch sein.

- Welchen Radius wird sie erhalten?
- Wie viel Blech braucht man insgesamt, wenn der Verschnitt bei der Herstellung nicht berücksichtigt wird?



Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Zylinder	Nr. 17
---------------------	----------------------	-----------------------------	---	------------------

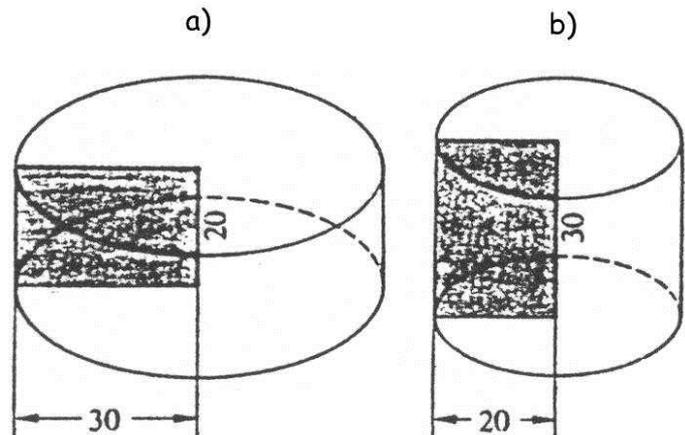
a) $r \approx 4 \text{ cm}$

b) $A = 552,92 \text{ cm}^2$

Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Zylinder	Nr. 18
---------------------	--------------------	----------------------------	---	------------------

Drehkörper

Dreht man ein Rechteck um eine Seite, so entsteht ein Zylinder. Es gibt zwei Möglichkeiten (Bild). Berechne in beiden Fällen Oberfläche und Volumen des Zylinders.



Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Zylinder	Nr. 18
---------------------	----------------------	----------------------------	---	------------------

a) $V = 56\,548,67 \text{ cm}^3$
 $O = 9424,78 \text{ cm}^2$

b) $V = 37\,699,11 \text{ cm}^3$
 $O = 6283,19 \text{ cm}^2$

(3) Volumen Pyramide

Nr.	Schwierigkeit	Thema	bearbeitet am
1	xxx	<u>Quadratische Pyramide</u>	
2	xxxx	<u>Oktaeder</u>	
3	xxxx	<u>Körper im Körper</u>	
4	xx	<u>Pyramide mit rechteckiger Grundfläche</u>	
5	xx	<u>Pyramide mit trapezförmiger Grundfläche</u>	
6	xx	<u>Dreiecks-Pyramide</u>	
7	xx	<u>Brunnen</u>	
8	xxx	<u>Cheops-Pyramide</u>	
9	xx	<u>Rechteckige Pyramide</u>	
10	xx	<u>Pyramide</u>	

Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Pyramide	Nr. 1
---------------------	--------------------	-----------------------------	---	-----------------

Quadratische Pyramide

Wie verändert sich das Volumen einer quadratische Pyramide, wenn ...

- a) die Höhe verdoppelt wird,
- b) die Seitenlänge der Grundfläche verdoppelt wird,
- c) die Seitenlänge der Grundfläche und die Höhe verdoppelt wird,
- d) der Flächeninhalt der Grundfläche verdoppelt wird?

Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Pyramide	Nr. 1
---------------------	----------------------	-----------------------------	---	-----------------

Das Volumen wird

- a) zweimal**
- b) viermal**
- c) achtmal**
- d) zweimal**

so groß.

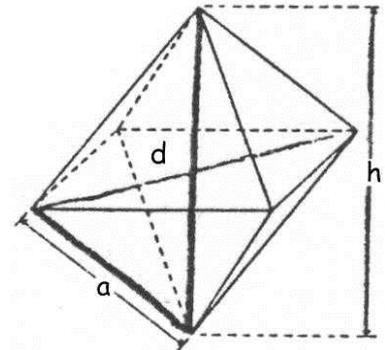
Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xxxx	Mathematisches Thema Volumen Pyramide	Nr. 2
---------------------	--------------------	------------------------------	---	-----------------

Oktaeder

Ein Oktaeder ist eine "Doppelpyramide".

Er besteht aus 8 gleichseitigen Dreiecken als Seitenfläche.

- Baue mit den KLICKIES einen Oktaeder.
- Berechne das Volumen des Körpers ($a = 7 \text{ cm}$).
Berechne dazu zuerst die Höhe h .



Tipp 1: $d = \dots$

Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xxxx	Mathematisches Thema Volumen Pyramide	Nr. 2
---------------------	----------------------	------------------------------	---	-----------------

$$h_{Py} = 5 \text{ cm}$$

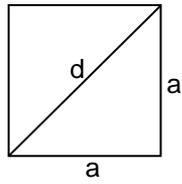
$$V_{Py} = 81,6 \text{ cm}^3$$

$$V_O = 163,2 \text{ cm}^3$$

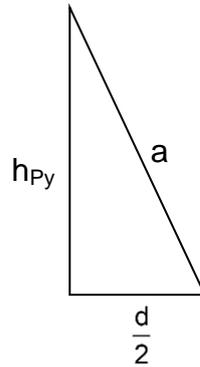
Klasse 10	Art HINWEIS	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Pyramide	Nr. 2
---------------------	-----------------------	-----------------------------	---	-----------------

HINWEISKARTE

Tipp 1: $d = \dots$



Tipp 2: $d = 9,8 \text{ cm}$



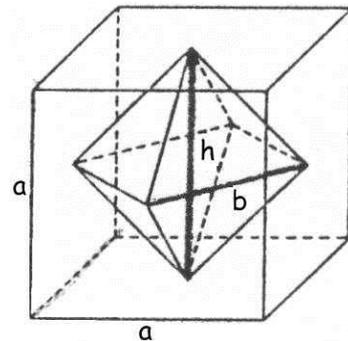
Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xxxx	Mathematisches Thema Volumen Pyramide	Nr. 3
---------------------	--------------------	------------------------------	---	-----------------

Körper im Körper

In einem Würfel der Seitenlänge $a = 12 \text{ cm}$ werden die Mittelpunkte der Seitenflächen miteinander verbunden.

Der entstandene Körper ist ein **Oktaeder**. Er besteht aus 8 gleichseitigen Dreiecken als Seitenflächen.

Berechne das Volumen des Oktaeders.



Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xxxx	Mathematisches Thema Volumen Pyramide	Nr. 3
---------------------	----------------------	------------------------------	---	-----------------

$$b = 8,48$$

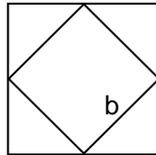
$$V_{Py} = 144 \text{ cm}^3$$

$$V_O = 288 \text{ cm}^3$$

Klasse 10	Art HINWEIS	Schwierigkeit xxxx	Mathematisches Thema Volumen Pyramide	Nr. 3
---------------------	-----------------------	------------------------------	---	-----------------

HINWEISKARTE

Tipp: $a = 12 \text{ cm}$



Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Pyramide	Nr. 4
---------------------	--------------------	----------------------------	---	-----------------

Pyramide mit rechteckiger Grundfläche

Berechne das Volumen einer Pyramide mit rechteckiger Grundfläche:

$$a = 12 \text{ cm}$$

$$b = 8 \text{ cm}$$

$$h = 20 \text{ cm}$$

Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Pyramide	Nr. 4
---------------------	----------------------	----------------------------	---	-----------------

$$V = 640 \text{ cm}^3$$

Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Pyramide	Nr. 5
---------------------	--------------------	----------------------------	---	-----------------

Pyramide mit trapezförmiger Grundfläche

Berechne das Volumen einer Pyramide mit trapezförmiger Grundfläche, $a \parallel c$:

$$a = 28,5 \text{ cm}$$

$$c = 17,5 \text{ cm}$$

$$h_a = 13,4 \text{ cm}$$

$$\text{Höhe der Pyramide: } h = 30 \text{ dm}$$

Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Pyramide	Nr. 5
---------------------	----------------------	----------------------------	---	-----------------

$$V = 3082 \text{ dm}^3$$

Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Pyramide	Nr. 6
---------------------	--------------------	----------------------------	---	-----------------

Dreiecks-Pyramide

Berechne das Volumen einer Pyramide mit dreieckiger Grundfläche:

$$g = 17,8 \text{ dm}$$

$$h_g = 23,5 \text{ dm}$$

Höhe der Pyramide: 30 dm

Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Pyramide	Nr. 6
---------------------	----------------------	----------------------------	---	-----------------

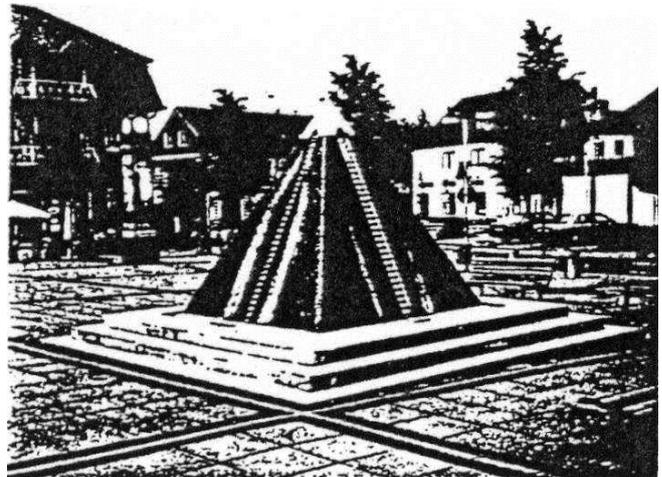
$$V = 2091,5 \text{ dm}^3$$

Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Pyramide	Nr. 7
---------------------	--------------------	-----------------------------	---	-----------------

Brunnen

Auf dem Bahnhofsvorplatz in Coesfeld wurde eine pyramidenförmige Brunnenanlage errichtet. Die Ummantelung besteht aus New Indian-Granitplatten. Die Pyramide ist 2,745 m hoch und die quadratische Grundfläche hat eine Kantenlänge von 2,74 m.

Wie schwer wäre das Bauwerk, wenn es ganz aus Granit wäre?
(1 m³ wiegt 30 kN)



Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Pyramide	Nr. 7
---------------------	----------------------	-----------------------------	---	-----------------

$$V = 6,87 \text{ m}^3$$

Gewicht: 205,08 kN

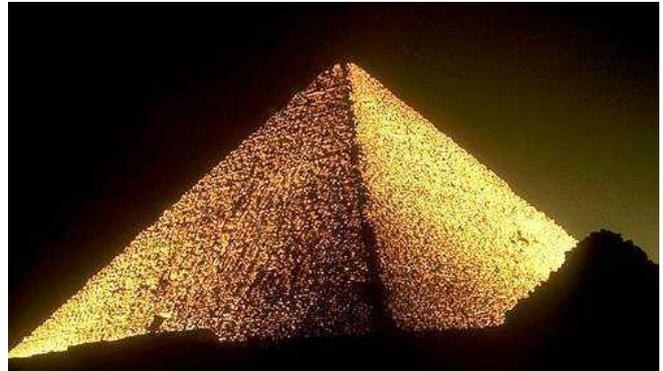
Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Pyramide	Nr. 8
---------------------	--------------------	-----------------------------	---	-----------------

Cheops-Pyramide

Die größte Pyramide ist die um 2600 v. Chr. erbaute Cheops-Pyramide.

Sie war ursprünglich 146 m hoch, die Seitenlänge der quadratischen Grundfläche betrug ca. 233 m.

- Wie viel m^3 Steine wurden verarbeitet?
- Heute beträgt die Länge der Grundseite nur noch ca. 227 m, die Höhe nur ca. 137 m. Wie viel m^3 Stein sind inzwischen verwittert?



Aus: Infopedia 3.0 © 1998 The Learning Company, Inc.

Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Pyramide	Nr. 8
---------------------	----------------------	-----------------------------	---	-----------------

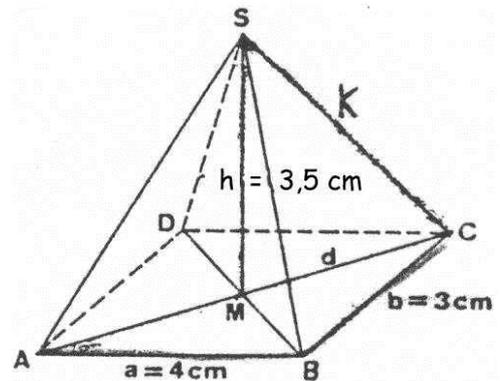
a) 2 642 064, 7 m^3

b) 288 907,03 m^3

Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Pyramide	Nr. 9
---------------------	--------------------	----------------------------	---	-----------------

Rechteckige Pyramide

- a) Berechne die Kantenlänge k der abgebildeten Pyramide.
- b) Berechne den Rauminhalt der Pyramide.



Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Pyramide	Nr. 9
---------------------	----------------------	----------------------------	---	-----------------

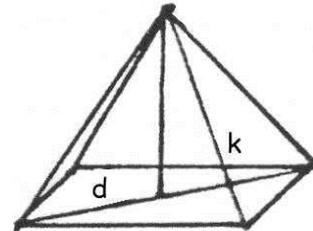
a) $k = 4,3 \text{ cm}$

b) $V = 14 \text{ cm}^3$

Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Pyramide	Nr. 10
---------------------	--------------------	----------------------------	---	------------------

Pyramide

- a) Wie lang ist die Kante k einer rechteckigen Pyramide mit $a = 9 \text{ cm}$ und $h = 10 \text{ cm}$ und $b = 12 \text{ cm}$?
- b) Berechne das Volumen der Pyramide.



Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Pyramide	Nr. 12
---------------------	----------------------	----------------------------	---	------------------

a) $k = 12,5 \text{ cm}$

b) $V = 360 \text{ cm}^3$

(4) Volumen Kegel

Nr.	Schwierigkeit	Thema	bearbeitet am
1	xx	Zusammengesetzter Körper	
2	xxx	Zusammengesetzte Körper	
3	xxx	Veränderung von r und h	
4	xxx	Radius gesucht	
5	xx	Höhe gesucht	
6	xxx	Werkstück	
7	xxx	Tabelle	
8	xx	Zylinder und Kegel	

(5) Volumen Kugel

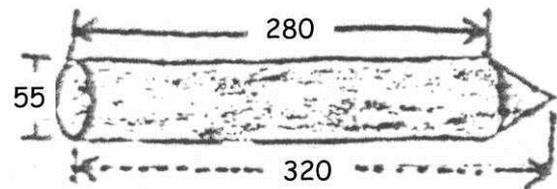
Nr.	Schwierigkeit	Thema	bearbeitet am
1	xxx	Steinwurf	
2	xx	Kupferkugel	
3	xxx	Hölzernes Kupfer	
4	x	Ballonprobleme	
5	xx	Größere Ballonprobleme	

Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Kegel	Nr. 1
---------------------	--------------------	----------------------------	--	-----------------

Zusammengesetzter Körper

Berechne das Volumen des abgebildeten Körpers!

(Maße in mm)



Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Kegel	Nr. 1
---------------------	----------------------	----------------------------	--	-----------------

$$V = 696\,909,97 \text{ mm}^3$$

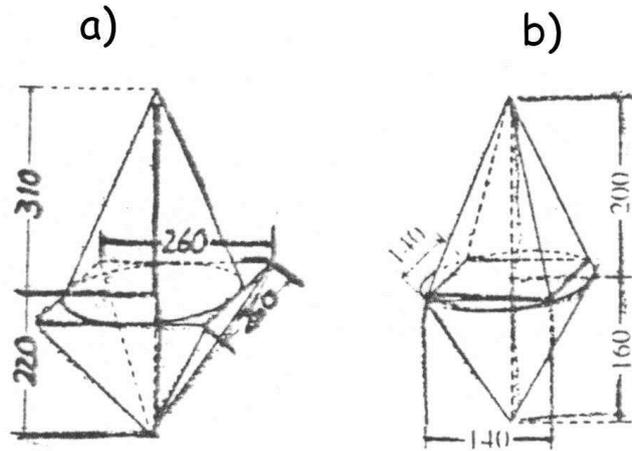
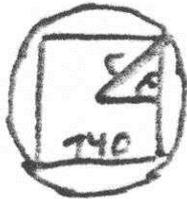
Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Kegel	Nr. 2
---------------------	--------------------	-----------------------------	--	-----------------

Zusammengesetzte Körper

Berechne das Volumen der abgebildeten Körper!

(Maße in mm)

b) Tipp:



Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Kegel	Nr. 2
---------------------	----------------------	-----------------------------	--	-----------------

Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Kegel	Nr. 3
---------------------	--------------------	-----------------------------	--	-----------------

Veränderung von r und h

Wie ändert sich das Volumen eines Kegels, wenn man ...

- a) den Radius verdoppelt,
- b) die Höhe verdreifacht?

Überlege dir ein Beispiel oder zeige die allgemeine Lösung durch Einsetzen in die Formel!

Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Kegel	Nr. 3
---------------------	----------------------	-----------------------------	--	-----------------

a) V vervierfacht sich

b) V verdreifacht sich

Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Kegel	Nr. 4
<p><u>Radius gesucht</u></p> <p>Ein Kegel hat das Volumen $V = 207,844 \text{ cm}^3$ und die Höhe $h = 5,9 \text{ cm}$.</p> <p>Welchen Radius hat seine Grundfläche?</p>				

Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Kegel	Nr. 4
---------------------	----------------------	-----------------------------	--	-----------------

$$r = 5,8 \text{ cm}$$

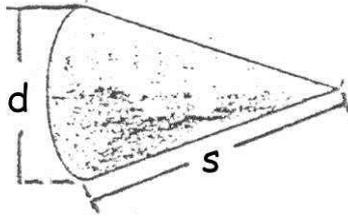
Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Kegel	Nr. 5
<p><u>Höhe gesucht</u></p> <p>Ein Kegel hat das Volumen $V = 25,447 \text{ cm}^3$ und den Radius $r = 1,8 \text{ cm}$.</p> <p>Wie hoch ist der Kegel?</p>				

Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Kegel	Nr. 5
---------------------	----------------------	----------------------------	--	-----------------

$$h = 7,5 \text{ cm}$$

Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Kegel	Nr. 6
---------------------	--------------------	-----------------------------	--	-----------------

Werkstück



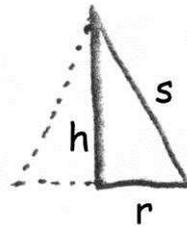
Ein kegelförmiges Werkstück aus Stahl hat folgende Abmessungen:

Durchmesser: $d = 84 \text{ mm}$

Länge der Mantellinie: $s = 123 \text{ mm}$

1 cm^3 des Stahls wiegt $8,3 \text{ g}$.

Wie schwer ist das Werkstück?



Tipp:

Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Kegel	Nr. 6
---------------------	----------------------	-----------------------------	--	-----------------

$$h = 115,6 \text{ mm}$$

$$V = 213,55 \text{ cm}^3$$

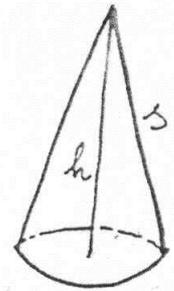
$$\text{Gewicht: } 1772,51 \text{ g}$$

Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Kegel	Nr. 7
---------------------	--------------------	-----------------------------	--	-----------------

Tabelle

Berechne die für einen Kegel fehlenden Größen:

	r	h	s	V
a)	5cm	8dm		
b)	5cm		12cm	
c)	60dm			199,7 m ³
d)		2m		18,8 m ³



Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Kegel	Nr. 7
---------------------	----------------------	-----------------------------	--	-----------------

a) $s = 80,2 \text{ cm}; V = 2094,4 \text{ cm}^3$

b) $h = 10,9 \text{ cm}; V = 285,4 \text{ cm}^3$

c) $h = 5,3 \text{ cm}; s = 8 \text{ m}$

d) $r = 3 \text{ m}; s = 3,6 \text{ m}$

Klasse 10	Art Üben	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Kegel	Nr. 8
<p><u>Zylinder und Kegel</u></p> <p>Ein Zylinder hat die Abmessungen: $r = 5 \text{ cm}$ und $h = 12 \text{ cm}$.</p> <p>Er besitzt das dreifache Volumen eines Kegels.</p> <p>Gib das Volumen und die (möglichen) Abmessungen des Kegels an!</p>				

Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Kegel	Nr. 8
---------------------	----------------------	----------------------------	--	-----------------

$$V = 314,15 \text{ cm}^3$$

TYP: Volumen Kugel

Nr.	Schwierigkeit	Thema	bearbeitet
1	xxx	<u>Steinwurf</u>	
2	xx	<u>Kupferkugel</u>	
3	xxx	<u>Hölzernes Kupfer</u>	
4	x	<u>Ballonprobleme</u>	
5	xx	<u>Größere Ballonprobleme</u>	

Klasse 10	Art Anwenden	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Kugel	Nr. 1
---------------------	------------------------	-----------------------------	--	-----------------

Steinwurf

Ein gerader, zylindrischer Glasbehälter hat einen Durchmesser $d = 72 \text{ mm}$. Er ist etwa zur Hälfte mit Wasser gefüllt. Nachdem man einen Stein hineingeworfen hat, ist das Wasser um 28 mm gestiegen.

Welchen Rauminhalt hat der Stein?



Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Kugel	Nr. 1
---------------------	----------------------	-----------------------------	--	-----------------

Volumen des Glasbehälters: $V = \pi r^2 \cdot h$ (h: Höhe)

Wasservolumen: $V_1 = \pi r^2 \cdot \frac{h}{2} = \pi \cdot \frac{d^2}{4} \cdot \frac{h}{2}$

Wasservolumen mit Stein: $V_2 = \pi \cdot \frac{d^2}{4} \left(\frac{h}{2} + 28 \text{ mm} \right)$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow \text{Volumen des Steins: } V_{\text{Stein}} &= V_2 - V_1 = \pi \cdot \frac{d^2}{4} \left(\frac{h}{2} + 28 \text{ mm} \right) - \pi \cdot \frac{d^2}{4} \cdot \frac{h}{2} \\
 &= \pi \cdot \frac{d^2}{4} \cdot 28 \text{ mm} = \pi d^2 \cdot 7 \text{ mm} \\
 &= \pi \cdot 72^2 \cdot 7 \text{ mm}^3 = 114\,002 \text{ mm}^3 \\
 &\approx \underline{\underline{114 \text{ cm}^3}}
 \end{aligned}$$

Falls der Stein kugelförmig ist: $V_{\text{Stein}} = \frac{4}{3} \pi r^3$

$$\Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot V_{\text{Stein}}}{4 \cdot \pi}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 114 \text{ cm}^3}{4 \cdot \pi}} = \sqrt[3]{27,2 \text{ cm}^3} = 3 \text{ cm}$$

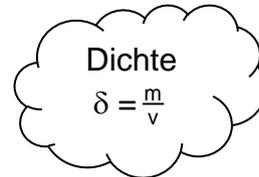
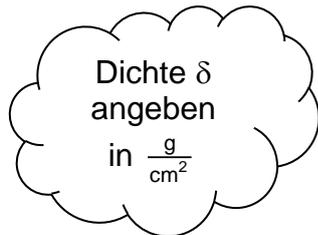
$\Rightarrow \underline{\underline{d = 6 \text{ cm}}}$ = Durchmesser des kugelförmigen Steins

Klasse 10	Art Anwenden	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Kugel	Nr. 2
---------------------	------------------------	----------------------------	--	-----------------

Kupferkugel

Eine Kugel aus Kupfer wiegt 45 kg. Berechne die Maße der Kugel ($\delta = 8,9$).

Löse die gleiche Aufgabe für 136 kg.



Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Kugel	Nr. 2
---------------------	----------------------	----------------------------	--	-----------------

$$\delta = \frac{m}{v} \Rightarrow V = \frac{m}{\delta}$$

$$V_{\text{Kugel}} = \frac{3}{4} \pi r^3$$

$$\Rightarrow \frac{m}{\delta} = \frac{3}{4} \pi r^3 \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{3m}{4\pi\delta}}$$

$$m = 45 \text{ kg} (= 45\,000 \text{ g}) \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 45\,000 \text{ g}}{4 \pi \cdot 8,9 \text{ g}}} \text{ cm}^3 = \underline{10,65 \text{ cm}}$$

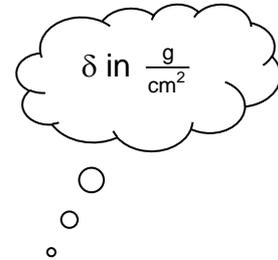
$$m = 136 \text{ kg} (= 136\,000 \text{ g}) \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 136\,000 \text{ g}}{4 \pi \cdot 8,9 \text{ g}}} \text{ cm}^3 = \underline{15,4 \text{ cm}}$$

Klasse 10	Art Anwenden	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Kugel	Nr. 3
---------------------	------------------------	-----------------------------	--	-----------------

Hölzernes Kupfer

Eine Kugel aus Holz ($\delta = 0,8$) mit einem Durchmesser $d = 45$ cm soll einen Mantel aus Kupfer ($\delta = 8,9$) erhalten.

Berechne die Wandstärke des Mantels für ein Gesamtgewicht der Kugel von 48 kg.



Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xxx	Mathematisches Thema Volumen Kugel	Nr. 3
---------------------	----------------------	-----------------------------	--	-----------------

$$m_{\text{ges}} = m_{\text{Holz}} + m_{\text{Kupfer}}$$

$$\delta = \frac{m}{v} \Rightarrow m \cdot \delta \cdot v = \delta \cdot \frac{4 \pi r^3}{3}$$

$$d = 45 \text{ cm} \Rightarrow r = 22,5 \text{ cm}$$

$$1. \quad m_{\text{Holz}} = \frac{0,8 \cdot 4 \pi \cdot 22,5^3}{3} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \text{ cm}^3 = 38\,170,4 \text{ g} \approx 38,17 \text{ kg}$$

$$\Rightarrow m_{\text{Kupfer}} = 48 \text{ kg} - 38,17 \text{ kg} = 9,83 \text{ kg}$$

$$V_{\text{Holz}} = \frac{m_{\text{Holz}}}{\delta_{\text{Holz}}} = \frac{38\,170 \text{ g}}{0,8 \text{ g}} \text{ cm}^3 \approx 47\,712,5 \text{ cm}^3$$

$$2. \quad V_{\text{Kupfer}} = \frac{m_{\text{Kupfer}}}{\delta_{\text{Kupfer}}} = \frac{9830 \text{ g}}{8,9 \text{ g}} \text{ cm}^3 = 1104,5 \text{ cm}^3$$

$$3. \quad \Rightarrow V_{\text{ges}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 48\,817 \text{ g}}{4 \pi}} \text{ cm} = 22,97 \text{ cm}$$

$$4. \quad \text{Wandstärke des Mantels} = r_{\text{ges}} - r_{\text{Holz}} = 22,97 \text{ cm} - 22,5 \text{ cm} = \underline{0,47 \text{ cm}} \\ = \underline{4,7 \text{ mm}}$$

Klasse 10	Art Anwenden	Schwierigkeit x	Mathematisches Thema Volumen Kugel	Nr. 4
---------------------	------------------------	---------------------------	--	-----------------

Ballonprobleme

Eine wahre Geschichte:

Neulich abends – wir hatten uns zum Essenkochen verabredet – kam Tommi, unser Mitbewohner, freudestrahlend mit einem Geschenk an: Zwei Riesenballons.

Wir freuten uns natürlich.

"Ich hab sie noch nicht ausgepustet, weil ich nicht gewusst habe, wie ich durch die Tür hätte kommen sollen," sagte Tommi.



Es war ja toll, dass Tommi uns den Spaß des Aufblasens gelassen hat, aber ... auf den Werbetrick war er trotzdem reingefallen. Warum?

Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit x	Mathematisches Thema Volumen Kugel	Nr. 4
---------------------	----------------------	---------------------------	--	-----------------

Entscheidend für die Frage, ob Tommi mit dem Ballon durch die Tür kommt, ist der Durchmesser des Ballons, nicht der Umfang.

$$U = \pi \cdot d = 3,14 \cdot d \Rightarrow d = \frac{U}{\pi} = \frac{U}{3,14}$$

$$\Rightarrow d_1 = \frac{180 \text{ cm}}{\pi} = \underline{57,29 \text{ cm}}$$

$$\Rightarrow d_2 = \frac{200 \text{ cm}}{\pi} = \underline{63,66 \text{ cm}}$$

Eine Tür ist normalerweise über 80 cm breit, also kommt Tommi mit einem Ballon, der einen Durchmesser von 57,29 cm bis 63,66 cm hat, leicht durch die Tür.

Klasse 10	Art Anwenden	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Kugel	Nr. 5
<p><u>Größere Ballonprobleme</u></p> <p>UdSSR-Ballon fiel in Kattegat</p> <p>Ein sowjetischer Forschungsballon, der wegen eines Fehlers im Lenkmechanismus auf Abwege geriet, plumpste am Mittwochabend in den Kattegat und wurde am Donnerstag von einem Schiff der dänischen Marine an Land gebracht. Der unbemannte Ballon hatte zwölf Kisten mit wissenschaftlichem Messgerät an Bord. Das sowjetische Außenministerium hatte die skandinavischen Länder über die Irrfahrt des Luftschiffes informiert und mitgeteilt, dass es weder explosive noch umweltschädliche Stoffe mit sich führe.</p> <p>Der von 180 000 Kubikmeter Wasserstoff getriebene und im Durchmesser 60 Meter messende Ballon hätte am Dienstag 600 Kilometer östlich von Moskau landen sollen, trieb wegen eines defekten Lenksystems jedoch in 34 Kilometer Höhe nach Westen weiter. Schließlich explodierte er im Kattegat durch einen Selbstzerstörungsmechanismus. Der Container schwebte an einem Fallschirm nieder und fiel unter scharfer Bewachung durch Hubschrauber der dänischen Luftwaffe 18 Seemeilen vor dem Mariager Fjord ins Wasser.</p> <p style="text-align: right;"><i>Frankfurter Rundschau, 06.07.1988</i></p>				
<ol style="list-style-type: none"> 1. Es gibt in dem Artikel Angaben zum Volumen und zum Durchmesser des Forschungsballons. Notiere die Daten. 2. Passen sie zueinander, falls der Ballon kugelförmig ist. <ol style="list-style-type: none"> a) Welcher Radius (bzw. Durchmesser) passt zum angegebenen Volumen? b) Welches Volumen passt zum angegebenen Durchmesser? Beantworte Frage 2 in einem Satz. 3. Welche Figur vermutest du tatsächlich für den Ballon. Mache eine grobe Handskizze. 				

Klasse 10	Art Lösung	Schwierigkeit xx	Mathematisches Thema Volumen Kugel	Nr. 5
---------------------	----------------------	----------------------------	--	-----------------

1. $V = 180\,000\text{ m}^3$; $d = 60\text{ m}$ und $r = 30\text{ m}$

2. a) $\frac{3}{4}\pi r^3 = 180\,000$

$$r^3 = \frac{180\,000 \cdot 3}{4\pi}$$

$$r \approx 35$$

Zum angegebenen (Kugel-) Volumen passt ein Durchmesser von rund $113\,000\text{ m}^3$.

b) $V = \frac{3}{4}\pi \cdot 30^3 \approx 113\,000$

Zum angegebenen (Kugel-) Durchmesser passt ein Volumen von rund $113\,000\text{ m}^3$.

3. I. d. R. sehen die Ballons so aus, weil sich das leichte Gas oben im Schirm sammelt. Er ist nicht kugelförmig, im oberen Teil allerdings in etwa. Deshalb passt der Radius auch in etwa, grob.

