AB1 – Rund um die linearen Funktionen

Löse nacheinander die nachfolgenden zehn Aufgaben und trage am Ende ein, wie gut Du mit den Aufgaben klar gekommen bist.

1) Marillen

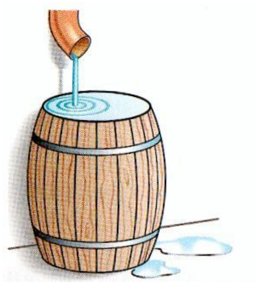
Kaufte man 1998 Marillen beim Obsthändler, so kostete 1 kg Marillen in Wien 24 Schilling. Familie Schneider fuhr in die Wachau und zahlte dort 12 Schilling pro Kilogramm. Die Fahrtkosten für die Hin- und Rückfahrt betrugen 240 Schilling.

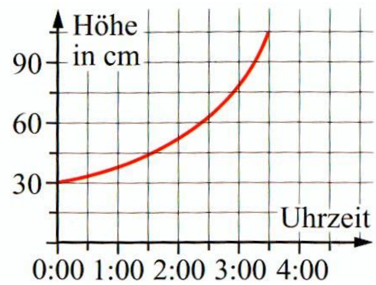
a) Finde eine geeignete Frage und beantworte sie. Sollte Dir nichts einfallen, kannst Du die auf dem Kopf stehenden Fragen unten beantworten.
b) Formuliere die Aufgabe im deutschen Kontext (heutige Zeit, Euroangaben).

Mögliche Fragestellungen: Wie viel Schilling kosten 5 kg, 10 kg, 20 kg, 25 kg, 30 kg Marillen beim Obsthändler in Wien bzw. in der Wachau? Ab wie viel kg lohnt es sich für Familie Schneider zum Kauf von Marillen in die Wachau zu fahren? Welche zusätzlichen Faktoren gilt es dabei eventuell noch zu berücksichtigen?

2) Füllaufgabe

In einer Regentonne steht das Wasser 30 cm hoch. Nachdem es nachts geregnet hat, ist sie am nächsten Morgen voll. Wie könnte der Graph verlaufen, wenn es jeweils von 1 Uhr bis 1.30 Uhr und von 3.30 Uhr bis 4.00 Uhr heftige Schauer gab und es dazwischen nicht geregnet hat? Skizziere mögliche Graphen in deinem Heft und vergleiche sie mit dem Graphen rechts.





3) Funktionsgleichung und Funktionswert bestimmen

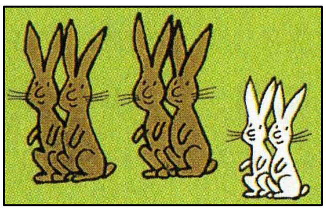
Gib jeweils eine Funktionsgleichung an und berechne f(-2), $f(-\frac{1}{2})$ und f(2,2).
Dabei wird die Funktion f durch folgende Vorschrift beschrieben:

a) f: Zahl → das Dreifache der Zahl vermindert um Eins
b) f: Zahl → Kehrwert der Zahl
c) f: Zahl → Eins vermindert um das Quadrat des Kehrwertes der Zahl.
d) f: Zahl → die Hälfte der Zahl.

4) Zahlen von Fibonacci (Zum Knobeln)

Im Jahre 1202 erschien das Werk „Liber abaci" des Mathematikers Leonardo von Pisa, genannt Fibonacci. Aus diesem Buch stammt das folgende Problem:

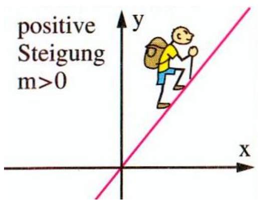
Ein Kaninchenpaar wirft vom 2.Monat an in jedem Monat ein junges Paar, und bei den Nachfahren ist es ebenso. Die Monatszählung beginnt mit dem ersten Monat, in dem das erste Kaninchenpaar lebt. Die Funktion a ordnet jeder Monatsnummer die Anzahl der in diesem Monat lebenden Kaninchenpaare aus der betrachteten Familie zu. Fülle die Tabelle vollständig aus.

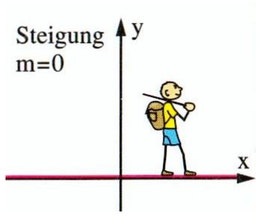


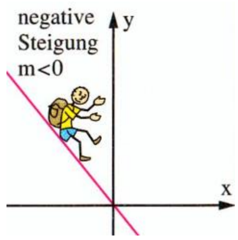
Monatsnummer n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Anzahl Paare a(n)	1	1	2	3						

5) Zeichnen von Geraden

Svetlana: „Du kannst die Steigung $m = \frac{3}{7}$ auch einzeichnen, indem du von einem Punkt der Geraden 7 Einheiten nach links und 3 Einheiten nach unten gehst.“ „Gut, dann kann man auch $m = -\frac{2}{5}$ einzeichnen, indem man 5 Einheiten nach links und 2 Einheiten nach unten geht.“ erwidert Kai. Nimm zu beiden Äußerungen Stellung und verdeutliche deine Argumentation an selbst gewählten Beispielen. Notiere anschließend mithilfe der drei Abbildungen eine Merkregel in deinem Heft.





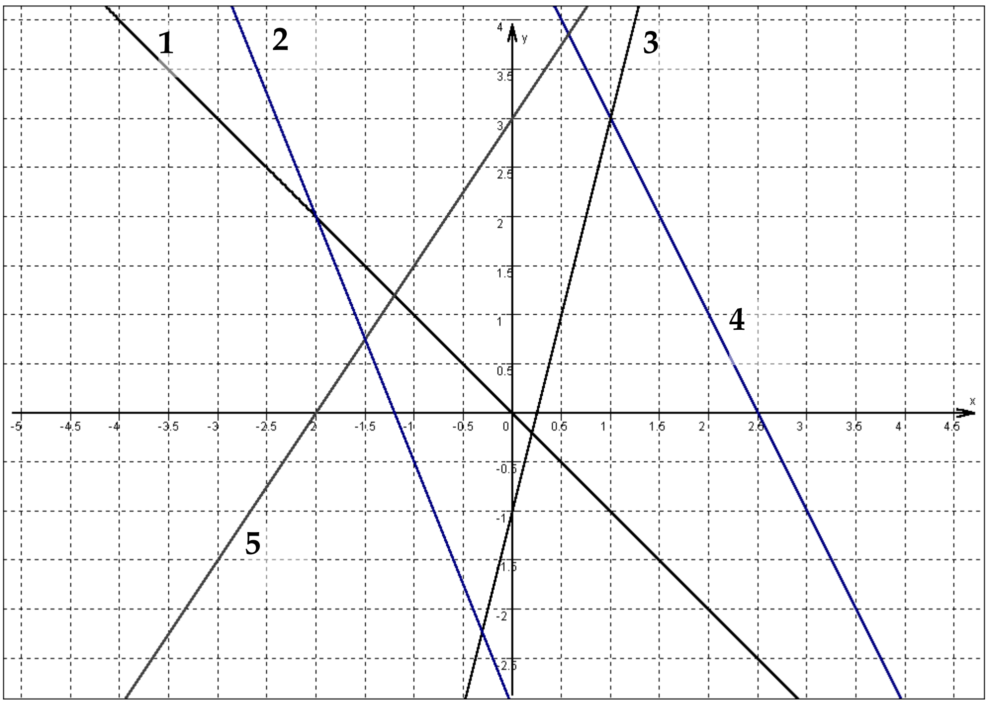


6) Zusammenhang von Graph und linearer Funktionsgleichung

a) Gib zu allen Graphen linearer Funktionen (= Geraden) die Funktionsgleichung an.

b) Zeichne die Geraden mit der Gleichung f(x) = -0,5x + 2 und g: y = -1 + $\frac{1}{3}$ x unten ein.

c) Formuliere Merksätze zum Zusammenhang von Graph und linearer Funktionsgleichung. Notiere die Merksätze jeweils mit einem Beispiel in deinem Heft.



7) Abschnittsweises Zeichnen von Geraden – Welches Bild entsteht?

Zeichne die Graphen folgender Funktionen nacheinander in ein Koordinatensystem ein:

$y = x + 2$ für $x \in [-2; -1] \rightarrow y = x + \frac{5}{2}$ für $x \in \left[-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right] \rightarrow y = x + 3$ für $x \in [-1; 0] \rightarrow$

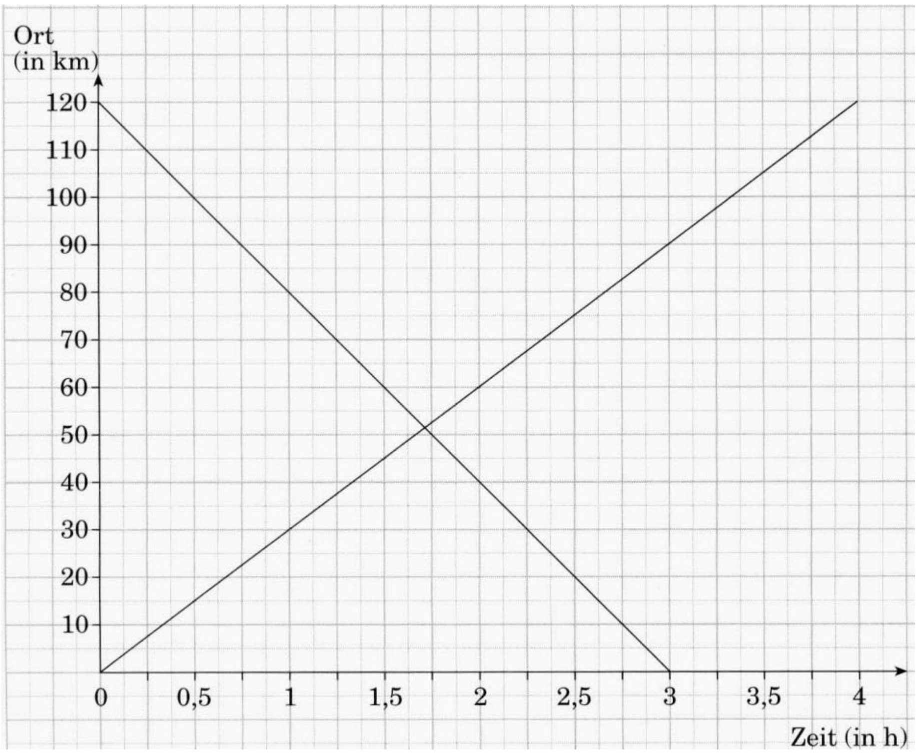
$y = 2$ für $x \in [-1; -0{,}25]$ und $x \in [0{,}25; 1] \rightarrow y = 1$ für $x \in [-1{,}5; -0{,}5]$ und $x \in [0{,}5; 1{,}5] \rightarrow$

$y = 0$ für $x \in [-2; 2] \rightarrow y = -x + 2$ für $x \in [1; 2] \rightarrow y = -x + 2{,}5$ für $x \in \left[\frac{1}{2}; 1{,}5\right]$

$\rightarrow y = -x + 3$ für $x \in [0; 1]$ [Tipp: Zeichne zunächst mit Bleistift DÜNN die entsprechenden Geraden ein färbe dann mit GRÜN die gesuchten Bereiche auf den Geraden.]

8) Weg-Zeit-Verläufe bei Schiffsverbindungen

Ein Schiff startet vom Hafen Entenhausen und ist nach 4 Stunden im 120 km entfernten Hafen von Goofytown. **Gleichzeitig** mit ihm startet ein etwas schnelleres Schiff im Hafen von Goofytown und ist nach 3 Stunden im Hafen von Entenhausen. Unten siehst du das Zeit-Ort-Diagramm für die beiden Schiffe. Gib anhand des Diagramms zumindest ungefähre Antworten auf folgende Fragen:



a) Wann und wo fahren die beiden Schiffe aneinander vorbei?
b) Die Kapitäne der beiden Schiffe besitzen Ferngläser, mit denen sie ungefähr 20 km weit sehen können. In welchem Zeitintervall können die beiden Kapitäne einander im Fernglas beobachten? Wo befinden sich die beiden Schiffe dabei ungefähr?
c) Wie schnell fahren die beiden Schiffe? Gib die Geschwindigkeit in km/h an.
d) Wie weit ist das erste Schiff noch vom Hafen in Goofytown entfernt, wenn das zweite Schiff gerade im Hafen von Entenhausen ankommt?
e) Gib die Funktionsgleichungen zu den beiden Schiffsverläufen an und berechne dann den Schnittpunkt.
f) Zeichne ein Schnellboot ein, das mit einer Geschwindigkeit von 50 km/h von Goofytown nach Entenhausen fährt. Zeichne den Graphen des gleichen Bootes für Rückweg ein.

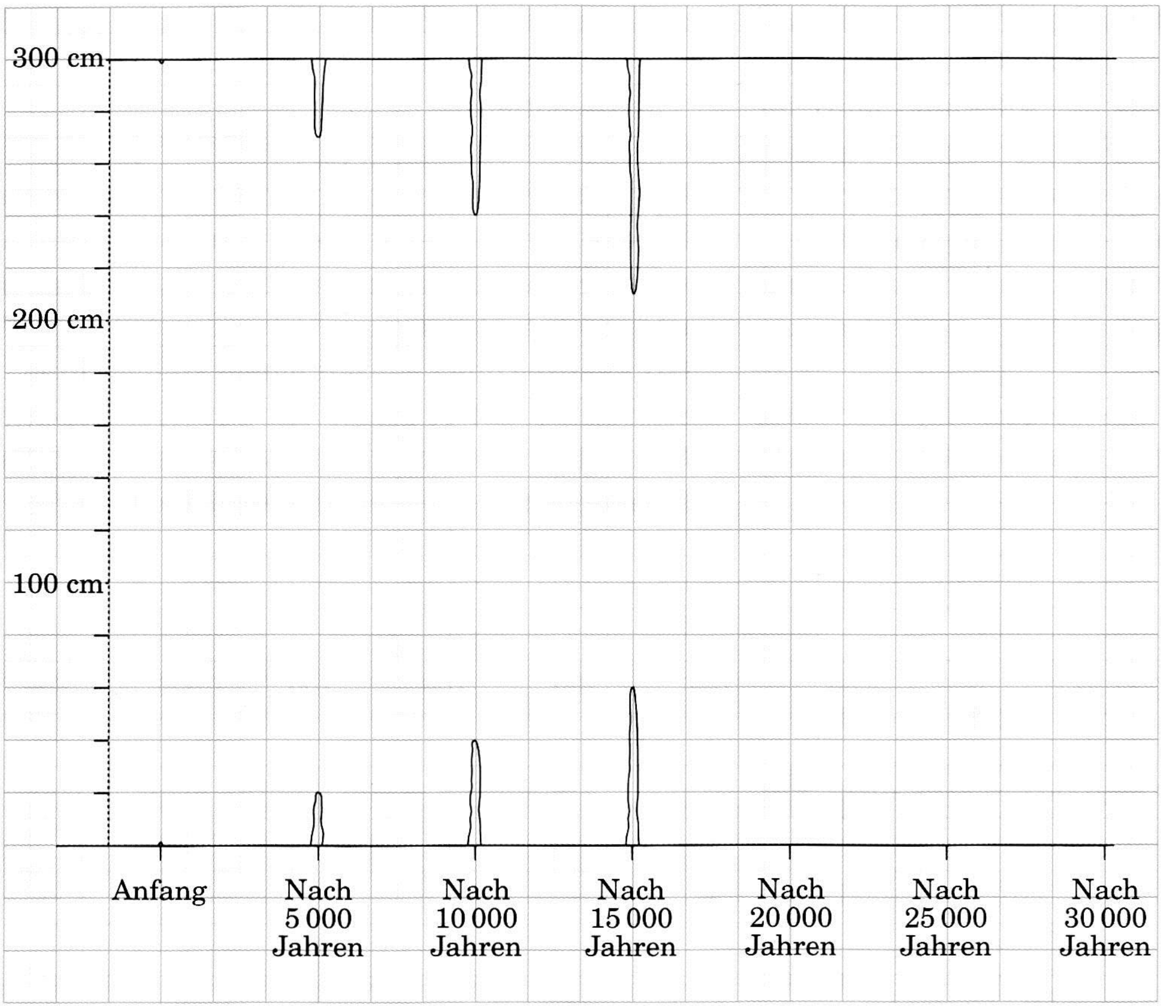
9) Geschwindigkeitsverlauf eines ICE (1er-Aufgabe)

Ein ICE beschleunigt von 0 auf 100 km/h in einer Minute und 6 Sekunden. Dann beschleunigt er weiter in 2 Minuten und 14 Sekunden von 100 km/h auf 200 km/h. Zuletzt beschleunigt er von 200 km/h auf 250 km/h in 3 Minuten.

a) Stelle den Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit und Zeit annäherungsweise dar (graphisch und durch Angabe einer Funktionsgleichung).
b) Berechne jeweils den gesamten zurückgelegten Weg, bis der ICE eine Geschwindigkeit von 100 km/h, 200 km/h bzw. 250 km/h erreicht hat.

10) Auf- und absteigende Tropfsteine

In Tropfsteinhöhlen tropft an verschiedenen Stellen kalkhaltiges Wasser von der Decke. Durch ständige Kalkablagerungen bildet sich an jeder solcher Stelle ein von der Decke hängender Tropfstein (Stalaktit) und ein vom Boden aufsteigender Tropfstein (Stalagmit). Diese Tropfsteine wachsen allerdings sehr langsam und brauchen zu ihrer Entstehung viele tausend Jahre.



a) Nach wie vielen Jahren bilden die beiden Tropfsteine eine zusammenhängende Säule, wenn wir annehmen, dass das so weitergeht?
b) Wie weit sind die beiden Tropfsteine dann nach 20 000 Jahren voneinander entfernt?
c) Nach welcher Zeit sind die beiden Tropfsteine nur noch 50 cm voneinander entfernt?
d) Zeichne die Länge der Tropfsteine nach 20000, 25000 und 30000 Jahren.
e) Kannst Du auch Funktionsgleichungen bestimmen und die Aufgaben a) bis c) mithilfe dieser Funktionsgleichungen rechnerisch lösen?

Bewertung der eigenen Arbeit

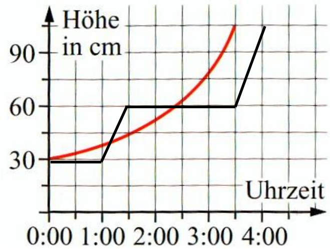
Ich habe die Lösung der Aufgabe gut verstanden (☺), teilweise verstanden (😐) bzw. gar nicht verstanden (☹).

Aufgabe	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Einschätzung										

AB1 – Rund um die linearen Funktionen – Lösungen

1 Antworten auf die auf dem Kopf stehenden Fragestellungen:
Obsthändler in Wien : 120, 240, 480, 600, 720 Schilling Wachau: 300, 360, 480, 540, 600 Schilling
Bei mehr als 20 kg Marillen lohnt es sich finanziell in die Wachau zu fahren.
Zusätzliche Faktoren: Freizeitwert der Wachau; Zeitbedarf;...

2



3

	x	-2	$-\frac{1}{2}$	1	$2{,}2$
a)	$f(x) = 3x - 1$	-7	$-2{,}5$	2	$5{,}6$
b)	$f(x) = \frac{1}{x}$	$-\frac{1}{2}$	-2	1	$\frac{5}{11}$
c)	$f(x) = 1 - \left(\frac{1}{x}\right)^2$	$\frac{3}{4}$	-3	0	$\frac{96}{121}$
d)	$f(x) = \frac{x}{2}$	-1	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{11}{10}$

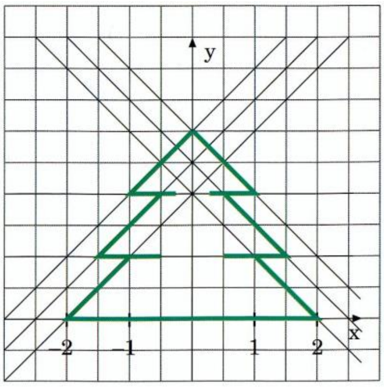
4

Monat	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Paaranzahl	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55

5 Kai müsste 2 LE nach links und 5 LE noch oben oder 2 LE nach rechts und 5 LE nach unten gehen.

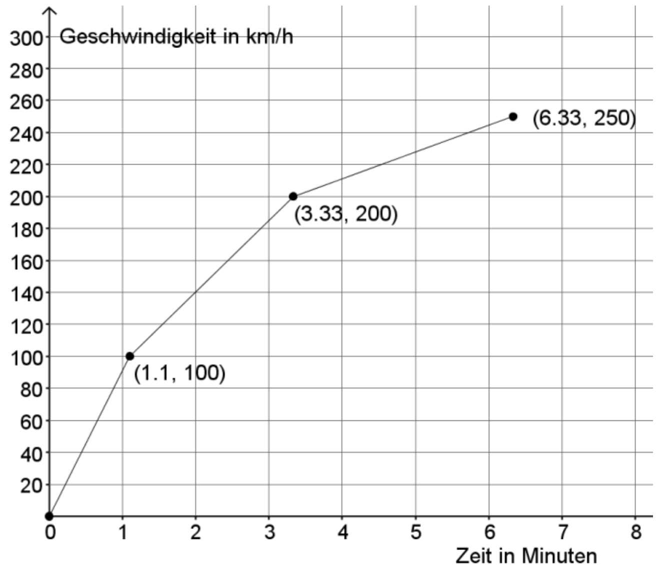
6a) (1) y = -x, (2) y = -2,5·x – 3, (3) y = 4·x – 1, (4) y = -2·x + 5, (5) y = 1,5·x + 3
6b) f geht durch (0/2) und (1/1,5); die zweite Gerade g verläuft durch (0/-2) und (1,5/-0,5).
6c) Es müssen Begriff wie Steigung und y-Achsenabschnitt sowie steigende und fallende Gerade vorkommen.

7



8a) Die beiden Schiffe fahren ungefähr nach 1,7h = 1h 42min aneinander vorbei. **8b)** Ungefähr zwischen 1,4h = 1h 24min und 2h sind beide Schiffe höchstens 20 km voneinander entfernt. In diesem Zeitintervall können die beiden Kapitäne einander im Fernglas sehen. Die beiden Schiffe sind dabei ungefähr 40 bis 64 km von Entenhausen entfernt. **8c)** Das erste Schiff fährt ungefähr mit 30 km/h, das zweit mit ungefähr 40 km/h. **8d)** Wenn das zweite Schiff im Hafen von Entenhausen anlangt, ist das erste Schiff vom Hafen in Goofytown noch ungefähr 30 km entfernt. **8f)** Schnellbot y = 120 – 40x; Schiff: y = 30x; Schnittpunkt durch Gleichsetzen: $120 - 40x = 30x \Rightarrow x = \frac{120}{70} \approx 1{,}72\text{h} \Rightarrow y = 51{,}43\text{km}$.
8e) Hinfahrt: y = 120 – 50x; Rückfahrt: y = 50x

9a*)



9b*)

Abschnitt 1: $0 \leq x \leq 1{,}1$:
$y = \frac{100}{1{,}1}x$ (x in min, y in $\frac{\text{km}\cdot\text{min}}{\text{h}}$)
Abschnitt 2: $1{,}1 \leq x \leq 3{,}33$:
$y \approx \frac{100}{2{,}23}x + 50{,}67$ (x in min, y in $\frac{\text{km}\cdot\text{min}}{\text{h}}$)
Abschnitt 3: $3{,}33 \leq x \leq 6{,}33$:
$y = \frac{50}{3}x + 144{,}5$(x in min, y in $\frac{\text{km}\cdot\text{min}}{\text{h}}$)

Zurückgelegt Strecke nach 1,1 min ($= \frac{1{,}1}{60}$h):
$$100\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1{,}1}{60}\text{h} : 2 = \frac{11}{12}\text{km} \approx 0{,}9\text{ km}$$
Zurückgelegt Strecke nach 3,33 min:
$$\frac{11}{12}\text{km} + 100\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{2{,}33}{60}\text{h} : 2 \approx 2{,}9\text{ km}$$
Zurückgelegt Strecke nach 6,33 min:
$$\frac{11}{12}\text{km} + 2{,}86\text{ km} + 50\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{3}{60}\text{h} : 2 \approx 5\text{ km}$$

10a) Nach ca. 30000 Jahren **10b)** Ca. 100 cm **10c)** Nach ca. 25000 Jahren