**Vorbereitung auf die ZK Mathematik**

**1**

**2**

**3**

**4**

**Ohne Hilfsmittel**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Stufe 1**  | **Stufe 2** | **Stufe 3**  | **Stufe 4** |

**Stochastik**

In einer Urne sind 4 rote und 6 weiße Kugeln.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **1** Gib die Wahrscheinlichkeit an, a) eine rote, b) eine weiße Kugel zu ziehen. | **2** Es wird zweimal eine Kugel gezogen, wobei die erste Kugel zurückgelegt wird.Berechne die Wahrscheinlichkeit a) 2 rote Kugeln, b) 1 weiße und 1 rote Kugel zu ziehen. | **3** Es wird zweimal eine Kugel gezogen, wobei die erste Kugel nicht zurückgelegt wird. Berechne die Wahrscheinlichkeit a) 2 rote Kugeln, b) 1 weiße und 1 rote Kugel zu ziehen | **4** Eine Kugel wird zweimal mit Zurücklegen gezogen. Ein Spieler zahlt 4 € Einsatz. Er bekommt nur bei 2 x rot einen Betrag ausgezahlt. Für welchen Auszahlungsbetrag ist das Spiel fair? |

60 % der Oberstufenschüler männlich. Jeder fünfte männliche Oberstufenschüler ist ein Raucher. Von allen weiblichen Oberstufenschülern rauchen 10%.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **1** Erstelle eine beschriftetes Baumdiagramm zu dargestellten Situation. | **2** Berechne, wie viel Prozent der Oberstufenschüler männliche Raucher sind. | **3** Berechne, wie viel Prozent der Oberstufenschüler Nichtraucher sind. | **4** Berechne, wie viel Prozent der Raucher weiblich sind. |

**Analysis**

Sei f gegeben mit $f\left(x\right)=x^{3}+4x^{2}-5x, $ g mit $g\left(x\right)=\left(x+4\right)∙\left(x^{2}-0,04\right)^{2}∙\left(x^{2}-\frac{1}{4}\right)$ und h mit $h\left(x\right)=x^{2}+2x+a$ mit der reellen Zahl a.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **1** Zeige, dass – 5 eine Nullstelle von f ist. | **2** Berechne alle Nullstellen von f. | **3** Bestimme alle Nullstellen von g. | **4** Untersuche, für welche a die Funktion h genau zwei Nullstelen hat. |

Sei f gegeben mit $f\left(x\right)=\frac{1}{3}x^{3}-2x^{2}-5x+5$. Der Graf ist rechts angegeben. 

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **1** Zeige, dass $f´\left(5\right)=0 und f´\left(-2\right)=7$ | **2** Berechne die lokalen Extremstellen. | **3** Zeige, dass der Graf von f zwischen -1 und 5 streng monoton fallend ist. | **4** Skizziere den Grafen von f´ in die obige Abbildung |
| **1** Gib die Tangente an den Grafen von f an der Stelle Null an [Tipp: Vergleichsfunktion nahe Null]. | **2** Gib eine Gleichung einer GRF dritten Grades an, die von oben links nach unten rechts verläuft und durch (0/6) geht. | **3** Berechne die Gleichung der Tangente an den Grafen von f an der Stelle 1. | **4** Bestimme die Tangente an den Grafen von f mit Steigung -5 und positivem y-Achsenabschnitt. Stelle sie grafisch dar. |

**Vorbereitung auf die ZK Mathematik**

**1**

**2**

**3**

**4**

**Mit Hilfsmitteln**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Stufe I**  | **Stufe 2** | **Stufe 3** | **Stufe 4** |

**Analysis ohne Sachkontext**

Sei f gegeben mit f$\left(x\right)=x^{3}-x^{2}-14x+24$.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **1** Bestimme f(2). | **2** Bestimme alle Nullstellen von f. | **3** Bestimme die x-Bereiche des Grafen von f mit positiven Funktionswerten. | **4** Bestimme die x-Bereiche, an denen der Graf von f Funktionswerte hat, die größer als 20 sind. |
| **1** Bestimme f´(2). | **2** Bestimme alle lokalen Extrempunkte des Grafen von f. | **3** Bestimme alle Punkte des Grafen, in denen er die Steigung 1 hat. | **4** Bestimme Gleichungen der Tangenten an den Grafen von f mit Steigung 1. |

Sei f gegeben mit$ f\left(x\right)=x^{3}-x$. Verwende zur Darstellung der Funktionen zu g beim GTR das MENU 6 (Dynamischer Graf), gib die Funktionsgleichung ein und definiere dort die Parameter A, B, C und D (über VAR und SET mit Startwert -5 und Zielwert 5 und Schrittweite 1).

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **1** Die Funktion g sei definiert durch die Gleichung $g\left(x\right)=f\left(x\right)+D$, wobei d eine beliebige reelle Zahl ist. Beschreibe, wie der Graf von g aus dem Grafen von f hervorgeht. | **2** Die Funktion g sei definiert durch die Gleichung $g\left(x\right)=A∙f\left(x\right)$, wobei A eine beliebige reelle Zahl ist. Beschreibe, wie der Graf von g aus dem Grafen von f hervorgeht. | **3** Die Funktion g sei definiert durch die Gleichung $g\left(x\right)=f\left(x-C\right)$, wobei C eine beliebige reelle Zahl ist. Beschreibe, wie der Graf von g aus dem Grafen von f hervorgeht. | **4** Die Funktion g sei definiert durch die Gleichung $g\left(x\right)=f\left(B∙x\right)$, wobei B eine beliebige reelle Zahl ist. Beschreibe, wie der Graf von g aus dem Grafen von f hervorgeht. |

**Analysis mit Sachkontext**

Sei f gegeben mit f$\left(x\right)=-0,08x^{3}+0,6324x^{2}+0,54432x+8$. Die Funktion f beschreibt für $0\leq x\leq 6$ die Zeitspanne vom Sonnenaufgang bis zum Sonnenuntergang (kurz: Tageslänge). In der Modellierung wird ein Monat mit 30 Tagen angesetzt. Dabei ist x = 0 der 1. Januar 2017 und x = $\frac{1}{30}$ dem 2. Januar 2017 und x = 1 der 1. Februar 2017 usw.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **1** Bestimme f(3) und deute den Wert im Sachkontext. | **2** Ermittle die Tageslänge vom 16.04.17. | **3** Ermittle den Zeitpunkt im ersten Halbjahr von 2017, an dem die Tageslänge12 Stunden beträgt. | **4** Bestimme die Zeitspanne im ersten Halbjahr von 2017, für den die Tageslänge länger als 10 Stunden beträgt. |
| **1** Bestimme$ f\left(4\right)-f(2)$ und interpretiere seinen Wert im Sachkontext. | **2** Bestimme $\frac{f\left(4\right)-f(2)}{4-2}$ und deute den Wert im Sachkontext. | **3** Ermittle die durchschnittliche Zunahme der Tageslänge im Zeitraum vom 1. Februar bis 1. April 2017. | **4** Ermittle die Zeitpunkte zwischen dem 1.3.17 und 1.5.17, an dem die momentane Zunahme der Tageslänge der durchschnittlichen Zunahme der Tageslänge vom 1.3. bis 1.5.17 entspricht. |
| **1** Gib f´(x) an. | **2** Bestimme f´(2) und deute den Wert im Sachkontext. | **3** Bestimme die momentane Zunahme der Tageslänge am 16. Februar 2017. | **4** Ermittle die Zeitpunkte, an denen die momentane Zunahme der Tageslänge 2 Stunden pro Monat beträgt. |
| **1** Zeige, dass $f´\left(5\frac{2}{3}\right)=0$ gilt und deute dies im Sachkontext. | **2** Zeige, dass f´(5) > 0 und f´(6) < 0 gilt und deute dies zusammen mit **1** im Sachkontext. | **3** Zeige, dass die Tageslängen vom 1.1.17 bis zum 21.6.17 immer länger werden. | **4** Entscheide begründend, ob die Funktion f die Tageslängen für das komplette Jahr 2017 modellieren kann. |

**Vorbereitung auf die ZK Mathematik**

**1**

**2**

**3**

**4**

**Ohne Hilfsmittel**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Stufe 1**  | **Stufe 2** | **Stufe 3**  | **Stufe 4** |

**Stochastik**

In einer Urne sind 4 rote und 6 weiße Kugeln.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **1** a) $P(rote Kugel)=40 \%$b) $P(weiße Kugel)=60 \%$ | **2** a) $P\left(rot, rot\right)=0,4∙0,4=16 \%$ b) $P\left(rot, weiß und weiß, rot\right)$$$=0,4∙0,6+0,6∙0,4=48 \%$$ | **3** a) $P\left(rot, rot\right)=\frac{4}{10}∙\frac{3}{9}=\frac{2}{15}$ b) $P\left(rot, weiß und weiß, rot\right)$$=\frac{4}{10}∙\frac{6}{9}+\frac{6}{10}∙\frac{4}{9}=\frac{48}{90}=\frac{8}{15}$  | **4** Bei 4 € Einsatz soll der Auszahlungsbetrag bei zweimal rot x € betragen. Ist das Spiel fair, gilt 0,16 · x + 0,84 · 0 = 4. Also folgt x = 25 €. |

60 % der Oberstufenschüler männlich. Jeder fünfte männliche Oberstufenschüler ist ein Raucher. Von allen weiblichen Oberstufenschülern rauchen 10%.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **1** mwRNRN0,60,40,20,80,90,1 | **2** $P\left(m∩R\right)=0,6∙0,2=0,12=12 \%$ | **3** $P\left(N\right)=0,6∙0,8+0,4∙0,9$$$=0,48+0,36=0,84=84 \%$$ | **4** $P\_{R}\left(w\right)=\frac{P\left(R∩w\right)}{P®}=\frac{0,4∙0,1}{1-P\left(N\right)}=\frac{0,04}{0,16}$$$=25 \%$$ |

**Analysis**

Sei f gegeben mit $f\left(x\right)=x^{3}+4x^{2}-5x, $ g mit $g\left(x\right)=\left(x+4\right)∙\left(x^{2}-0,04\right)^{2}∙\left(x^{2}-\frac{1}{4}\right)$ und h mit $h\left(x\right)=x^{2}+2x+a$ mit der reellen Zahl a.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **1** $f\left(-5\right)=\left(-5\right)^{3}+4\left(-5\right)^{2}-5\left(-5\right)$= -125 + 100 + 25 = 0. | **2** $f\left(x\right)=x\left(x^{2}+4x-5\right)=0$$$⇔x=0∨x^{2}+4x-5=0$$$$⇔x=0∨x=-5∨x=1$$ | **3** $\left(x+4\right)∙\left(x^{2}-0,04\right)^{2}∙\left(x^{2}-\frac{1}{4}\right)=0$$$⇔x=-4∨x^{2}=0,04∨x^{2}=0,25$$$$⇔x=-4∨x=0,02∨x=0,5$$ | **4** $x^{2}+2x+a=0$$x=1\pm \sqrt{1-a}$. Es gibt zwei Nullstellen, wenn $1-a>0⇔a<1.$ |

Sei f gegeben mit $f\left(x\right)=\frac{1}{3}x^{3}-2x^{2}-5x+5$. Der Graf ist rechts angegeben.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **1** $f´\left(x\right)=x^{2}-4x-5⇔f´\left(5\right)=25-20+5= 0; f´\left(-2\right)=4+8-5=7$ | **4** $f´\left(x\right)=x^{2}-4x-5=0⇔x=2\pm 3$ $f´\left(-2\right)>0, f´\left(0\right)=-5<0; f´\left(6\right)=7>0: -1 ist lokale Maximumstelle$, 5 ist lokale Minimumstelle. | **3** Die Ableitung wechselt bei -1 das VZ von + nach – und bei 5 von – nach +. Daher ist der Graf über [-1; 5] streng monoton fallend. | **4**  |
| **1** t(x) -5x – 5.  | **2** Zum Beispiel: $f\left(x\right)=-x^{3}+6$ | **3** Die Tangente hat die Steigung m = $f´\left(1\right)=-8$ und geht durch (1/$-\frac{5}{3}$). Daher gilt $-\frac{5}{3}=-8∙1+b⇔b=6\frac{1}{3}$. Also: $t\left(x\right)=-8∙x+6\frac{1}{3}$ | **4** $x^{2}-4x-5=-5⇔x^{2}-4x=0$$⇔x\left(x-4\right)=0⇔x=0 oder x=4$. Gesucht ist die Tangente an der Stelle 0, da die andere Tangente negativen y-Achsenabschnitt hätte: $t\left(x\right)=-5∙x+5$. |

**Vorbereitung auf die ZK Mathematik**

**1**

**2**

**3**

**4**

**Mit Hilfsmitteln**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Stufe I**  | **Stufe 2** | **Stufe 3** | **Stufe 4** |

**Analysis ohne Sachkontext**

Sei f gegeben mit f$\left(x\right)=x^{3}-x^{2}-14x+24$.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **1** f(2) = 0 | **2** f$\left(x\right)=x^{3}-x^{2}-14x+24=0⇒x=-4∨x=2∨x=3$ | **3** Da der Graf von links unten nach rechts oben verläuft und -4, 2 und 3 Nullstellen sind, gilt: f(x) > 0 für -4 < x < 2 und x > 3. | **4** $f\left(x\right)=20⇔x≈-3,43∨x≈0,28$$∨ x≈4,14$. Es gilt: f(x) > 20 für -3,43 < x <0,28 und für x > 4,14  |
| **1** f´(2) = -6 | **2** f$´\left(x\right)=3x^{2}-2x-14=0$$⇔x≈-1,85∨ x≈2,51$. H(-1,85/40) und T(2,52/-1,63) | **3** f$´\left(x\right)=3x^{2}-2x-14=1$ $$⇔x=\frac{1+\sqrt{46}}{3}≈-1,927∨ x=\frac{1+\sqrt{46}}{3}$$$$≈2,594$$ | **4** $$x≈-1,97⇒t\left(x\right)≈x+42,04$$$$x≈2,59⇒t\left(x\right)≈x+4,18$$ |

Sei f gegeben mit$ f\left(x\right)=x^{3}-x$. Verwende zur Darstellung der Funktionen zu g beim GTR das MENU 6 (Dynamischer Graf), gib die Funktionsgleichung ein und definiere dort die Parameter a, b, c und d (über VAR und SET mit Startwert -5 und Zielwert 5 und Schrittweite 1).

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **1** $g\left(x\right)=f\left(x\right)+d$: Der Parameter d verschiebt den Grafen von f um d Einheiten nach oben (d > 0) oder um d Einheiten nach unten (d < 0) (Verschiebung in y-Richtung) | **2** $g\left(x\right)=a∙f\left(x\right)$ Der Parameter a streckt (a > 1 und a < -1) und staucht (-1 < a < 0 und 0 < a < 0) den Grafen von f in y-Richtung (Streckung / Stauchung in y-Richtung). | **3** $g\left(x\right)=f\left(x-c\right)$: Der Parameter c verschiebt den Grafen von f um c Einheitennach rechts (c > 0) bzw. um c Einheiten nach links (c < 0) (Verschiebung in x-Richtung). | **4** $g\left(x\right)=f\left(b∙x\right)$: Der Parameter b streckt (0 < b < 1 bzw. -1 < b < 0) oder staucht (b > 1 bzw. b < -1) den Grafen von f in x-Richtung (Streckung / Stauchung in x-Richtung). |

**Analysis mit Sachkontext**

Sei f gegeben mit f$\left(x\right)=-0,08x^{3}+0,6324x^{2}+0,54432x+8$. Die Funktion f beschreibt für $0\leq x\leq 6$ die Zeitspanne vom Sonnenaufgang bis zum Sonnenuntergang (kurz: Tageslänge). In der Modellierung wird ein Monat mit 30 Tagen angesetzt. Dabei ist x = 0 der 1. Januar 2017 und x = $\frac{1}{30}$ dem 2. Januar 2017 und x = 1 der 1. Februar 2017 usw.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **1** f$\left(3\right)≈13,16$ gibt die Tageslänge am 1. April 2017 an, | **2** f$\left(3,5\right)≈14,22$ | **3** f$\left(x\right)=12⇔x≈2,47$. Am 15. März beträgt die Tageslänge 12 Stunden. | **4** f$\left(x\right)=10⇔x≈1,52$.. Tagesdauer > 12 im 1. Halbjahr: 16.02.17 bis 01.07.17. |
| **1** $f\left(4\right)-f\left(2\right)≈15,18-10,98=4,2$. Die Zunahme der Tageslänge vom 1.3.17 zum 1.5.17 beträgt 4,2 Stunden. | **2** $\frac{f\left(4\right)-f(2)}{4-2}≈2,1$ ist die durchschnittliche Zunahme des Tageslänge pro Monat im Zeitraum vom 1.3.17 bis zum 1.5.17. | **3** $\frac{f\left(3\right)-f(1)}{3-1}≈\frac{13,16-9,10}{2}=2,03$ Stunden pro Monat. | **4** $f´\left(x\right)=2,1⇔x≈1,96∨x≈3.31$Ende Februar/Anfang März und am 10. Mai beträgt die momentane Zunahme der Tageslänge 2,1 Stunden pro Monat. |
| **1**f$´\left(x\right)=-0,24x^{2}+1,2348x+0,54432$. | **2** $f´\left(2\right)≈2,11$ beschreibt die momentane Zunahme der Tageslänge am 1.3.17. | **3** $f´\left(1\frac{1}{3}\right)≈1,80$.Stunden pro Monat. | **4** $f´\left(x\right)=2⇔x≈1,69 \left(22.2.17\right)$$∨x≈3.57 $(18.4.17) |
| **1** $f´\left(5\frac{2}{3}\right)=0$ (mit GTR) | **2** f´(5) $≈0,87 $> 0 und f´(6) $≈-0,51 $< 0 und$ f´\left(5\frac{2}{3}\right)=0$: $5\frac{2}{3}$ ist lokale Maximumstelle | **3** Der Graf der Funktion f steigt von x = 0 (1.1.17) bis zum Maximum bei $5\frac{2}{3}$ (21.6.17) an, da f´(x) > 0 für 0,4 < x <$ 5\frac{2}{3}.$ | **4** Die Funktion f ist nicht geeignet, da sie im Intervall [0;12] negativ wird, es gilt: f(x)$ <0$ für x > 9,67. |