

Teilbarkeit durch 7 (eine „Abstreichregel“):

Was hältst Du von dem folgenden Verfahren, mit dem die Teilbarkeit durch 7 getestet werden soll? Unter Nummer 1) findest Du eine Kurzschreibweise des Testverfahrens, das auf die Zahl 43673 angewendet wird. ($43673 : 7 = 6239$)

Unter Nummer 2) ist eine ausführliche Rechnung in vollständiger Stellschreibweise angegeben, während Du im Feld 3) erläuternden Text zu den Rechnungen in 1) und 2) findest.

1)	2)	3)
$\begin{array}{r} 43673 \\ 43673 \\ - 6 \\ \hline 4361 \\ - 2 \\ \hline 434 \\ - 8 \\ \hline 35 \end{array}$	$\begin{array}{r} 43673 \\ 43610 \\ - 210 \\ \hline 43400 \\ - 8400 \\ \hline 35000 \end{array}$	6 = 2 * 3; an der Stelle der Zehner steht 6 für 60 = 20 * 3. Insgesamt subtrahiert man also 20*3 + 1*3 = 21*3 = 63, da die 3 der Einer „gestrichen“ wird. 2 = 2*1; an der Stelle der Hunderter steht 2 für 20*10. Insgesamt subtrahiert man also 20*10+1*10 = 21*10 = 210, da 1 an der Stelle der Zehner „gestrichen“ wird. 8 = 2*4; an der Stelle der Tausender steht 8 für 20*400. Insgesamt subtrahiert man also 20*400+1*400, da 4 an der Stelle der Hunderter „gestrichen“ wird. 7 teilt 35 also teilt 7 auch 35000. Unsere Behauptung: 7 teilt die Ausgangszahl 43673.

Wir schreiben 43673 als Summe, indem wir als ersten Summanden 35000 benutzen und das oben stehende Verfahren „rückwärts“ durchlaufen.

43673 =	35000	+ 8400	+ 210	+ 63
43673 =	35000	+ 21*400	+ 21*10	+ 21*3
	7 teilt 35000,	7 teilt 21*400,	7 teilt 21*10,	7 teilt 21*3,
	denn.....	denn.....	denn.....	denn:

Warum garantiert also das Endergebnis „35“ des Kurzverfahrens die Teilbarkeit von 43673 durch 7? Denke bei Deiner Begründung an die zuvor gebrauchte Summenschreibweise.

Verfahre bei den nachfolgenden Nummern 4) und 5) wie zuvor und vervollständige 6) entsprechend der ausgefüllten Zeile.

4)	5)	6)
$\begin{array}{r} 35776 \\ 35776 \\ - 12 \\ \hline 3565 \\ - 10 \\ \hline 346 \\ - 12 \\ \hline 22 \end{array}$	$\begin{array}{r} 35776 \\ 35776 \\ - 12 \\ \hline 3565 \\ - 10 \\ \hline 346 \\ - 12 \\ \hline 22 \end{array}$	Es wird 126 abgezogen, $126 = 120 + 6 = 20*6 + 6 = 21*6$ 1050 = 12600 = 7 teilt nicht 22, also teilt 7 auch nicht

Begründe, warum 35776 nicht durch 7 teilbar ist, indem Du wieder eine passende Summe betrachtest!

35776 =	22000	+ 12600	+ 1050	+ 126
35776 =	22000	+ 21*600	+ 21*50	+ 21*6
	7 teilt nicht 22000,	7 teilt 21*600,	7 teilt 21*50,	7 teilt 21*6,
	denn.....	denn.....	denn.....	denn:

Teste die Regel an weiteren drei- vier-, fünf- und sechststelligen Zahlen.

Wie läßt sich die Regel „in Worte“ fassen?

- Versuche zunächst eine Regelformulierung zur Kurzform!
- Gelingt Dir eine Formulierung der Art „Wenn, dann läßt sich die Ausgangszahl durch 7 teilen!“

Wie lautet eine Umkehrung dieser Regel?

Wir nennen das zuvor kennengelernte Verfahren die 21-Regel der 7. Warum ist die Zahl 21 hier besonders bedeutsam?

Teilbarkeit durch 11 und alternierende Quersumme

Was fällt Dir bei der Betrachtung der Vielfachen von 11 „in der Nähe von“ stufenzahlen der 10 auf?

n	Stufenzahl von 10: 10 ⁿ	Vielfache von 11 „in der Nähe von“ 10 ⁿ
1	10	11
2	100	99
3	1000	1001
4	10000	9999
5	100000	100001
6	1000000	999999
7	10000000	10000001
8	100000000	99999999
9	1000000000	1000000001
10	10000000000	9999999999
11	100000000000	100000000001
12	1000000000000	999999999999
13	10000000000000	10000000000001
14	100000000000000	99999999999999

Wenn man z.B. feststellen will, ob die Zahl 76527 durch 11 teilbar ist, so kann man mit Hilfe der oben stehenden Tabelle schreiben:

$$76527 = 7 \cdot 10000 + 6 \cdot 1000 + 5 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 7$$

$$76527 = 7 \cdot 9999 + 7 + 6 \cdot 1001 - 6 + 5 \cdot 99 + 5 + 2 \cdot 11 - 2 + 7$$

Erkläre, warum die Summe wie folgt zusammengefaßt wird:
 $76527 = 7 \cdot 9999 + 6 \cdot 1001 + 5 \cdot 99 + 2 \cdot 11$
 11 teilt (7 · 9999 + 6 · 1001 + 5 · 99 + 2 · 11)
 11 teilt (7 - 6 + 5 - 2 + 7)
 Man nennt +7 - 6 + 5 - 2 + 7 die alternierende Quersumme von 76527.
 Da die alternierende Quersumme von 76527 durch 11 teilbar ist, ist auch 76527 durch 11 teilbar.

Vervollständige die beiden folgenden „Lückentexte“:

$$59678 = 5 \cdot 10000 + \dots + \dots + 7 \cdot 10 + 8$$

$$59678 = 5 \cdot 9999 + 5 + \dots + \dots + 7 \cdot 11 - 7 + 8$$

$$59678 = 5 \cdot 9999 + \dots + 5 - 9 + 6 - 7 + 8$$

$$11 \text{ teilt } (5 \cdot 9999 + \dots + 5 - 9 + 6 - 7 + 8)$$

$$11 \text{ teilt/teilt nicht...}$$

Schreibe die Zahl 91827395 als Summe, indem Du wieder die Vielfachen von 11 „in der Nähe von“ den Stufenzahlen der 10 gebrauchst und zeige, daß Teilbarkeit durch 11 vorliegt:

$$91827395 = 9 \cdot 10\,000\,001 - 9 + \dots$$